

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{2} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (2n-1)^2}{2n+5}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B) = \frac{4}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2

수학 영역(가형)

5. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 8$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=4$ 에 대하여 대칭이다.

$$3P(2 \leq X \leq 4) = 4P(6 \leq X \leq 8)$$

일 때, $P(2 \leq X \leq 6)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

6. $\int_1^2 (x-1)e^{-x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e} - \frac{2}{e^2}$ ② $\frac{1}{e} - \frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$
④ $\frac{2}{e} - \frac{2}{e^2}$ ⑤ $\frac{2}{e} - \frac{1}{e^2}$

7. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = \ln t + t, \quad y = -t^3 + 3t$$

에 대하여 $\frac{dy}{dx}$ 가 $t=a$ 에서 최댓값을 가질 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

8. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{a_n + 2^n} = 6$ 일 때,

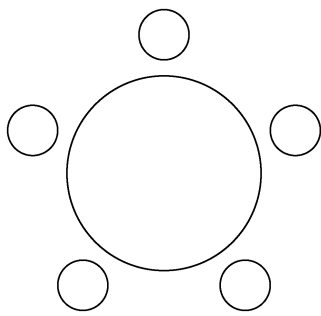
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[3점]

- ① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260



10. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 12$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} + a_n = (-1)^{n+1} \times n$$

을 만족시킨다. $a_k > a_1$ 인 자연수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

11. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가

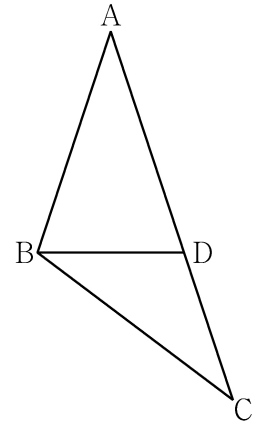
$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{4}$$

를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

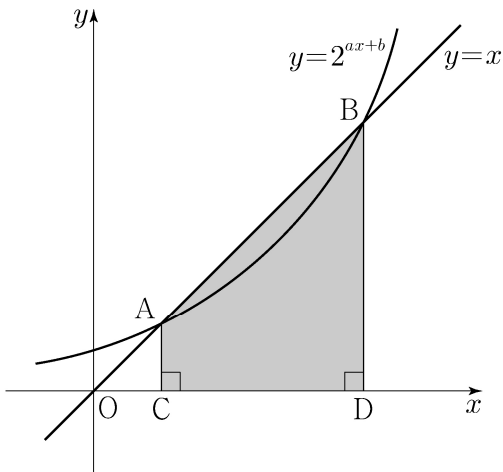
12. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 10$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 잡는다. $\overline{BD} = \sqrt{15}$ 일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{37}$ ② $\sqrt{38}$ ③ $\sqrt{39}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{41}$



13. 곡선 $y=2^{ax+b}$ 과 직선 $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



14. 어느 지역 신생아의 출생 시 몸무게 X 가 정규분포를 따르고

$$P(X \geq 3.4) = \frac{1}{2}, \quad P(X \leq 3.9) + P(Z \leq -1) = 1$$

이다. 이 지역 신생아 중에서 임의추출한 25명의 출생 시 몸무게의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때,

$P(\bar{X} \geq 3.55)$ 의 값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

(단, 몸무게의 단위는 kg이고, Z 는

표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
 ④ 0.1587 ⑤ 0.3413

6

수학 영역(가형)

15. 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \ln\left(\frac{\sec x + \tan x}{a}\right)$$

의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{x+2} = b$ 일 때,

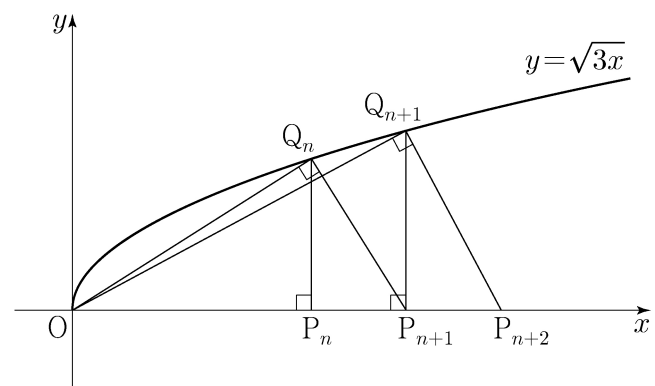
두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $a > 0$) [4점]

- ① $\frac{e^2}{4}$ ② $\frac{e^2}{2}$ ③ e^2 ④ $2e^2$ ⑤ $4e^2$

16. 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x 축 위의 점 P_n 과 곡선 $y = \sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n 이 있다.

- 선분 OP_n 과 선분 P_nQ_n 이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n 과 선분 Q_nP_{n+1} 이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1 의 좌표가 $(1, 0)$ 일 때, 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



모든 자연수 n 에 대하여 점 P_n 의 좌표를 $(a_n, 0)$ 이라 하자.

$$\overline{OP_{n+1}} = \overline{OP_n} + \overline{P_nP_{n+1}} \text{ 이므로}$$

$$a_{n+1} = a_n + \overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형 OP_nQ_n 과 삼각형 $Q_nP_nP_{n+1}$ 이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고, 점 Q_n 의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$ 이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 따라서 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이 A_n 은

$$A_n = \frac{1}{2} \times \left(\boxed{\text{(나)}}\right) \times \sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

17. 어느 고등학교에는 5개의 과학 동아리와 2개의 수학 동아리 A, B가 있다. 동아리 학술 발표회에서 이 7개 동아리가 모두 발표하도록 발표 순서를 임의로 정할 때, 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는 순서로 정해지거나 두 수학 동아리의 발표 사이에는 2개의 과학 동아리만이 발표하는 순서로 정해질 확률은? (단, 발표는 한 동아리씩 하고, 각 동아리는 1회만 발표한다.) [4점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{25}{42}$ ④ $\frac{17}{28}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

18. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t)f(1-t) dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $x \leq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = 0$ 이다.
 ㄴ. $g(1) = 2g\left(\frac{1}{2}\right)$
 ㄷ. $g(a) \geq 1$ 인 실수 a 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 15개 중에서 임의로 서로 다른 세 부분집합을 뽑아 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 A, B, C 라 할 때, $A \subset B \subset C$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{91}$ ② $\frac{2}{91}$ ③ $\frac{3}{91}$ ④ $\frac{4}{91}$ ⑤ $\frac{5}{91}$

20. 함수 $f(x) = \sin(\pi\sqrt{x})$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x tf(x-t)dt \quad (x \geq 0)$$

이 $x=a$ 에서 극대인 모든 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$k^2 < a_6 < (k+1)^2$ 인 자연수 k 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

21. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin kx + 2, \quad g(x) = 3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k 의 개수는? [4점]

실수 a 가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 교점의 y 좌표이면

$$\{x|f(x)=a\} \subset \{x|g(x)=a\}$$

이다.

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

22. $\left(x + \frac{4}{x^2}\right)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x \ln(2x-1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 방정식

$$\log_2 x = 1 + \log_4(2x - 3)$$

을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱을 구하시오. [3점]

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^4 = a$ 일 때, $5a$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 이산확률변수 X, Y 의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	a	b	c	d	1

Y	11	21	31	41	합계
$P(Y=y)$	a	b	c	d	1

$E(X) = 2, E(X^2) = 5$ 일 때, $E(Y) + V(Y)$ 의 값을 구하시오.
[4점]

27. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
모든 자연수 n 에 대하여

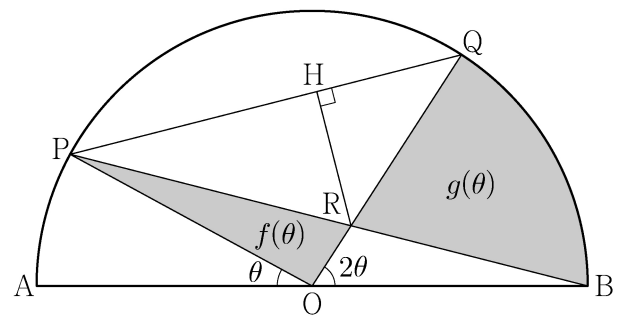
$$S_{n+3} - S_n = 13 \times 3^{n-1}$$

일 때, a_4 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle POA = \theta$, $\angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

30. 다음 조건을 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 ab 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$-e^{-x+1} \leq ax+b \leq e^{x-2}$$

이 성립한다.

$|M \times m^3| = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.