

#붙임1 : 교육과정을 벗어난 것으로 판정된 근거 (요약)

※ 교육과정의 범위와 수준을 벗어난 것으로 판정되는 문제의 유형은 크게 세가지로 나눌 수 있습니다.

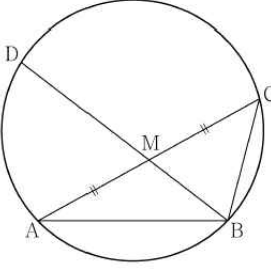
- ① 교육과정 성취기준 또는 평가기준에 명시된 사항을 벗어난 경우
- ② 교육과정 성취기준 또는 평가기준에 명시되지 않은 내용을 출제한 경우
- ③ 상위 단원 내용 또는 대학과정의 내용을 출제한 경우

영역	과목 구분	문항 번호	위반 유형			교육과정을 벗어난 것으로 판정한 근거	미준수 비율
			①	②	③		
수학	공통 문항	10	●	●	●	아래의 정리 및 성질을 사용하면 문젠르 보다 더 쉽게 풀 수 있음. ◆ ‘원과 비례’ (교수학습 방법 및 유의 사항 미준수) ◆ ‘삼각형의 중선정리(파포스 정리)’ (교육과정 및 교과서 밖의 내용) ◆ ‘톨레미 정리(할선 정리)’ (대학과정의 내용)	23.9% (11/46)
		12	●			◆ $\sum_{k=1}^6 a_{k+6} $ 기호는 교육과정 내에서 사용할 수 없는 기호 ◆ 수열의 합 관련 복잡한 문제 (교수학습 방법 및 유의사항 미준수)	
		14	●			◆ 함수의 그래프 개형이 다양하고 복잡 (평가방법 및 유의사항 미준수)	
		15	●	●		◆ 교육과정 성취기준과 평가기준을 벗어나는 문제임. ◆ 계산 과정이 지나치게 복잡함 (경우의 수가 많음)	
		20	●	●	●	◆ $g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt$ (아래끝이 변수인 적분은 교육과정을 벗어남) ◆ 오답률 88% (EBS 제공) ◆ 선택과목에서 <미적분>을선택한 학생들에게 유리한 문제임. (합성함수 미분은 선택과목 <미적분>에서 다루므로 미적분 선택자에게 유리)	
		21			●	◆ 정수가 되는 조건을 찾는 과정에서 대학과정의 <정수론> 내용 포함	
	22	●	●		◆ <보기>에 주어진 극한 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{ g(x) + \{g(t)\}^2} - g(t) }{(x+3)^2}$ 은 지나치게 복잡함 ◆ 함수의 극한과 관련된 교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수 ◆ $ AB = A \times B $, $\sqrt{A^2} = A $ 는 교육과정을 벗어나는 내용		
	미적분	28	●			◆ 함수 $g(x)$ 의 정의역이 함수 $f(x)$ 와 관련된 조건으로 표현되어 있음. ◆ 함수 $g(x)$ 는 삼차함수 $f(x)$ 와 로그함수의 합성함수로 복잡한 함수임. ◆ 도함수를 이용해 함수의 그래프 개형을 그리는 과정이 복잡함.	
		29	●			◆ 삼각함수의 극한을 구하는 과정이 복잡 (교수학습 방법 및 유의사항 미준수) ◆ 풀이과정 중 ‘삼각형의 각이 이등분선의 성질’ 활용함 ◆ 오답률 91%	
		30	●		●	◆ 오답률 95% ◆ 지수함수가 포함된 식의 극한을 구하기 위해서는 대학과정에서 배울 수 있는 ‘로피탈의 정리’를 이용해야 함. ◆ 함수 $f(x)$ 의 그래프를 그리는 과정이 지나치게 복잡함 (평가 방법 및 유의사항 미준수)	
기하	28		●		◆ 문제 주어진 조건만으로 쌍곡선을 유추하기는 어려움		
총계 (개)		11	9	5	4		23.9%

■ 고교과정 벗어난 근거

■ 공통 10번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

10번 문항	10번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>10. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$이고 $\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]</p>  <p>① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$</p>	<p>같은 방법으로 삼각형 ABM에서 코사인 법칙에 의하여</p> $\overline{MB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AM}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{AM} \times \cos\theta$ $= 3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2 \times \frac{7}{8}$ $= \frac{5}{2}$ <p>이므로</p> $\overline{MB} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ <p>이때 두 삼각형 ABM, DCM은 서로 닮은 도형이므로</p> $\overline{MA} \times \overline{MC} = \overline{MB} \times \overline{MD}$ <p>에서</p>

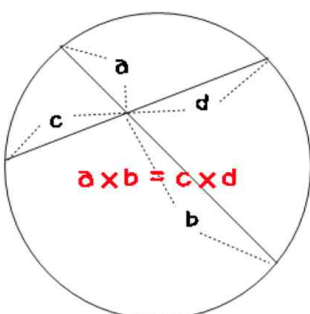
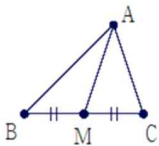
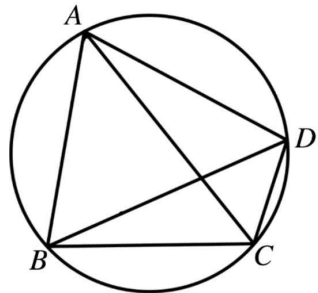
문항 분석

- ◆ ‘삼각형의 중선 정리 (파포스 정리)’나 ‘톨레미 정리(대학교정)’를 사용하면 쉽고 빠르게 풀 수 있음
 선분 MB의 길이를 구하는 과정에서 코사인 법칙을 사용하지 않고 삼각형 ABC에서 ‘삼각형의 중선 정리’를 이용하면 선분 MB의 길이를 보다 빠르고 쉽게 풀 수 있습니다. 하지만 ‘삼각형의 중선정리’ 교육과정에서 다루지 않는 내용입니다.
- ‘톨레미 정리’는 한 원에 내접하는 사각형에 대해 두 대각선의 길이와 두 대변의 길이와의 관계를 식으로 나타낸 것으로 이 정리를 알고 있으면 10번 문항을 풀 때 도움이 될 수 있습니다. 하지만 ‘톨레미 정리’는 현 교육과정에 없는 내용입니다
- ◆ 현 교육과정에서 다루 수 없는 ‘원과 비례에 관한 성질’이 풀이과정에서 사용되고 있음.
 한 원에 내접하는 사각형에 대해서 성립하는 성질인 $\overline{MA} \times \overline{MC} = \overline{MB} \times \overline{MD}$ 와 같은 ‘원과 비례에 관한 성질’은 2015 개정 수학과 교육과정의 중학교 기하 단원의 교수학습 방법 및 유의사항에서 ‘원과 비례에 관한 성질은 다루지 않는다.’라고 명시하고 있어서 ‘원과 비례에 관한 성질’은 다루 수 없습니다.

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정 기준)

2015 개정 수학과 교육과정 중학교 <기하> 단원의 교수·학습 방법 및 유의 사항
<ul style="list-style-type: none"> • 원과 비례에 관한 성질은 다루지 않는다.

※ 원과 비례에 관한 성질 / 삼각형의 중선 정리 / 톨레미 정리

원과 비례에 관한 성질	삼각형의 중선 정리	톨레미 정리
	<p>파포스의 중선정리</p> $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{MB}^2)$ 	 $\overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{BC} \times \overline{AD} = \overline{AC} \times \overline{BD}$

■ 공통 12번 문항

※ 문항 및 문항 분석

8번 문항	12번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>(가) $a_5 \times a_7 < 0$</p> <p>(나) $\sum_{k=1}^6 a_{k+6} = 6 + \sum_{k=1}^6 a_{2k}$</p> </div> <p>① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$</p>	<p>◆ 조건 (나)에 제시된 수열의 합의 기호표현이 교육과정을 벗어난 기호표현이며 풀이과정이 복잡함</p> <p>조건 (나)에 제시되어있는 수열의 합 기호표현에서 수열의 아래 첨자가 $k+6, 2k$인 수열의 기호표현, 절댓값 기호가 포함되어 있어서 교육과정에서 사용할 수 있는 기호표현에서 벗어납니다. 그리고 문항의 풀이과정에서도 절댓값에 대한 양수와 음수의 부호를 생각해야 하므로 그 풀이과정이 복잡합니다.</p>

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정 근거)

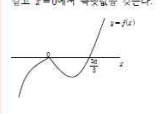
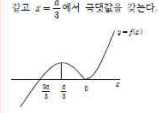
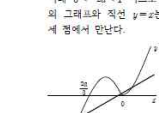
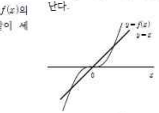
2015 개정 수학과 교육과정 <수학 I> 수열 단원 학습요소 와 교수학습 방법 및 유의사항
<ul style="list-style-type: none"> 수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법, $a_n, \{a_n\}, \sum_{k=1}^n a_k$ 여러 가지 수열의 합에서는 자연수의 거듭제곱의 합 $\sum_{k=1}^n k, \sum_{k=1}^n k^2, \sum_{k=1}^n k^3$ 과 수열의 합이 간단한 것만 다룬다.

■ 공통 14번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

14번 문항	문항 분석
<p>14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가</p> $g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$ <p>을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><보 기></p> <p>ㄱ. $f(0)=0$</p> <p>ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.</p> <p>ㄷ. $2 < f(1) < 4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.</p> </div> <p>① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ</p> <p>④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ</p>	<p>◆ 도함수를 이용하여 함수 $f(x)$의 그래프 개형을 찾는 과정이 지나치게 복잡함</p> <p>도함수를 이용하여 함수 $f(x)$의 그래프 개형을 그리는 과정에서 함수가 하나의 그래프로 그려지지 않고 경우에 따라 3가지 유형의 그래프를 생각해야 하므로 그 과정이 복잡합니다. 특히, 보기 ㄷ을 만족하는지 알아보기 위해 직선 $y=x$와 함수 $f(x)$의 교점의 개수를 찾는 과정이 필요한데 여기서 함수 $f(x)$에는 미분가능하지 않은 점이 존재하기 때문에 직선 $y=x$가 점을 지날 때 함수 $f(x)$와 몇 개의 점에서 만나는지 정확하게 파악하기가 어렵습니다.</p> <p>EBS에서 공개한 문항 해설지를 보더라도 그 풀이가 4쪽 분량으로 풀이과정이 상당히 길고 함수 $g(x)$는 x의 범위에 따라 $f(x)$의 정적분으로 정의된 함수임으로 함수 $g(x)$는 복잡한 함수에 해당합니다.</p> <p>본 문항은 '도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.'라고 명시되어 있어서 교육과정의 수준과 범위를 벗어난 것으로 판정됩니다.</p>

12번 문항 풀이 (EBS 해설지)

<p>한편, $x_1 < \frac{1}{2}$을 만족시키는 n의 최솟값이 6이므로, $x_1 \geq \frac{1}{2}$이고 $x_1 < \frac{1}{2}$이어야 한다.</p> <p>$x_1 \geq \frac{1}{2}$에서 $2^k \geq \frac{1}{2}$ 즉 $\frac{1}{16} \geq \frac{1}{2}$에서 $k \geq 16 \dots \textcircled{B}$</p> <p>$x_1 < \frac{1}{2}$에서 $2^k < \frac{1}{2}$ 즉 $\frac{1}{64} < \frac{1}{2}$에서 $k < 64 \dots \textcircled{C}$</p> <p>$\textcircled{B}$, \textcircled{C}에서 $16 \leq k < 64$이므로 자연수 k의 개수는 $64 - 16 = 48$이다.</p> <p style="text-align: right;">정답 ①</p>	<p>$g(x) = x^2(x-a)$ (단, a는 상수)로 놓으면 $g'(x) = 2x(x-a) + x^2 = x(3x-2a)$</p> <p>(i) $a > 0$일 때 $f(x) = \begin{cases} -x(3x-2a) & (x < 0) \\ x(3x-2a) & (x \geq 0) \end{cases}$이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.</p>  <p>(ii) $a < 0$일 때 $f(x) = \begin{cases} -x(3x-2a) & (x < 0) \\ x(3x-2a) & (x \geq 0) \end{cases}$이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같고 $x = \frac{a}{3}$에서 극댓값을 갖는다.</p>  <p>(iii) $a = 0$일 때 $f(x) = \begin{cases} -3x^2 & (x < 0) \\ 3x^2 & (x \geq 0) \end{cases}$이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 극댓값이 존재하지 않는다.</p>	<p>$\lim_{x \rightarrow 2} f'(x) = -2a$</p> <p>이때 $0 < -2a < 1$ 이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$는 그림과 같이 세 점에서 만난다.</p>  <p>따라서, $2 < f(1) < 4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.</p> <p>(iii) ㄴ, (iii)의 경우 $f(1)=3$ 이고 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$는 그림과 같이 세 점에서 만난다.</p>  <p>따라서, $2 < f(1) < 4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다. (합)</p> <p>이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.</p> <p style="text-align: right;">정답 ④</p>
<p>정답 풀이 :</p> <p>ㄱ. $x < 0$일 때 $g'(x) = -f(x)$ $x > 0$일 때 $g'(x) = f(x)$ 그런데, 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 미분가능하고 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $\lim_{x \rightarrow 0^-} (-f(x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ $-f(0) = f(0)$, $2f(0) = 0$ $f(0) = 0$ (합)</p> <p>ㄴ. $g(0) = \int_0^0 f(t) dt = 0$이고 함수 $g(x)$는 삼차함수이므로</p>	<p>$\textcircled{A} x \geq 0$일 때, $x(3x-2a) = x$ $x(3x-2a-1) = 0$ $x = 0$ 또는 $x = \frac{2a+1}{3}$</p> <p>따라서 $2 < f(1) < 4$일 때, 방정식 $f(x)=x$은 서로 다른 실근 $\frac{2a+1}{3}$, 0, $\frac{2a+1}{3}$을 갖는다.</p> <p>15. 출제 의도 : 귀납적으로 주어진 수열의 경위를 이해하여 조건을 만족시키는 항수의 값을 구할 수 있는가?</p> <p>정답 풀이 :</p> <p>$a_1 = 0$이므로 $a_2 = a_1 + \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k+1}$ $a_3 > 0$이므로 $a_4 = a_3 + \frac{1}{k} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k}$ $a_5 < 0$이므로 $a_6 = a_5 + \frac{1}{k-1} = \frac{1}{k-1} + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ $a_7 = a_6 + \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k}$ 이 때 $k=1$이면 $a_4 = 0$이므로 $n = 3m - 2$ (m은 자연수일 때 $a_m = 0$이다. 즉, $a_{2m} = 0$이므로 $k=1$은 조건을 만족시킨다.</p> <p>한편 $k > 1$이면 $a_4 > 0$이므로 $a_5 = a_4 + \frac{1}{k} = \frac{1}{k} + \frac{1}{k} = \frac{2}{k}$ $a_6 = a_5 + \frac{1}{k+1} = \frac{2}{k} + \frac{1}{k+1} = \frac{2k+1}{k(k+1)}$ 이 때 $k=2$이면 $a_6 = 0$이므로 $n = 3m - 4$ (m은 자연수일 때 $a_m = 0$이다. 즉, $a_{2m} = 0$이므로 $k=2$는 조건을 만족시키지 않는다.</p>	<p>정답 풀이 :</p> <p>15. 출제 의도 : 귀납적으로 주어진 수열의 경위를 이해하여 조건을 만족시키는 항수의 값을 구할 수 있는가? k=3이면 $a_4 = 0$이고 이 때 $a_{2m} = 0$이다. k=4이면 $a_5 = 0$이고 이 때 $a_{2m} = 0$이다. k=10이면 $a_{10} = 0$이다. 따라서 조건을 만족시키는 모든 k의 값은 1, 3, 10 이므로 구하는 모든 k의 값의 합은 $1+3+10=14$</p> <p style="text-align: right;">정답 ⑥</p> <p>16. 출제 의도 : 로그방정식의 해를 구할 수 있는가? $x-2 > 0$이고 $x-2 > 0$ 이어야 하므로 $x \geq 2 \dots \textcircled{A}$ $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = \log_2(x^2-4)$ $= \log_2(x^2-4)$ $= 5$에서 $x^2-4 = 2^5$</p>

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정 근거)

<p>2015 개정 수학과 교육과정 <수학 II> 미분 단원 학습요소 와 평가 방법 및 유의사항</p>
<ul style="list-style-type: none"> 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.

■ 공통 15번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

15번 문항	15번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>15. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> $a_1 = 0$ <p style="text-align: center;">모든 자연수 n에 대하여</p> $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$ <p style="text-align: center;">이다.</p> </div> <p>$a_{22} = 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]</p> <p>① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20</p>	<p>② $x \geq 0$일 때, $x(3x-2a) = x$ $x(3x-2a-1) = 0$ $x = 0$ 또는 $x = \frac{2a+1}{3}$ 따라서 $2 < f(1) < 4$일 때, 방정식 $f(x) = x$은 서로 다른 실근 $\frac{2a-1}{3}, 0, \frac{2a+1}{3}$을 갖는다.</p> <p>15. 출제의도 : 귀납적으로 주어진 수열의 정의를 이해하여 조건을 만족시키는 상수의 값을 구할 수 있는가?</p> <p>정답풀이 : $a_1 = 0$이므로 $a_2 = a_1 + \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k+1}$ $a_2 > 0$이므로 $a_3 = a_2 - \frac{1}{k} = \frac{1}{k+1} - \frac{1}{k}$ $a_3 < 0$이므로 $a_4 = a_3 + \frac{1}{k+1} = \frac{2}{k+1} - \frac{1}{k} = \frac{k-1}{k(k+1)}$ 이때 $k=1$이면 $a_4 = 0$이므로 $n = 3m - 2$ (m은 자연수)일 때 $a_n = 0$이다. 즉, $a_{22} = 0$이므로 $k=1$은 조건을 만족시킨다. 한편 $k > 1$이면 $a_4 > 0$이므로 $a_5 = a_4 - \frac{1}{k} = \frac{2}{k+1} - \frac{2}{k}$ $a_5 < 0$이므로 $a_6 = a_5 + \frac{1}{k+1} = \frac{3}{k+1} - \frac{2}{k} = \frac{k-2}{k(k+1)}$ 이때 $k=2$이면 $a_6 = 0$이므로 $n = 5m - 4$ (m은 자연수)일 때 $a_n = 0$이다. 즉, $a_{22} = 0$이므로 $k=2$는 조건을 만족시키지 않는다.</p> <p>한편 $k > 2$이면 $a_6 > 0$이므로 $a_7 = a_6 - \frac{1}{k} = \frac{3}{k+1} - \frac{3}{k}$ $a_7 < 0$이므로 $a_8 = \frac{4}{k+1} - \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k(k+1)}$ 마찬가지로 방법으로 계속하면 $k=3$이면 $a_8 = 0$이고 이때 $a_{22} = 0$이다. $k=4$이면 $a_{10} = 0$이고 이때 $a_{22} = 0$이다. $5 \leq k \leq 9$이면 $a_{22} = 0$이다. $k=10$이면 $a_{22} = 0$이다. $k \geq 11$이면 $a_{22} = 0$이다. 따라서 조건을 만족시키는 모든 k의 값은 1, 3, 10 이므로 구하는 모든 k의 값의 합은 $1+3+10 = 14$</p> <p style="text-align: right;">정답 ②</p> <p>16. 출제의도 : 로그방정식의 해를 구할 수 있는가?</p> <p>정답풀이 : 진수조건에서 $x+2 > 0$이고 $x-2 > 0$ 이어야 하므로 $x > 2 \dots \textcircled{1}$ $\log_2(x+2) + \log_2(x-2)$ $= \log_2(x+2)(x-2)$ $= \log_2(x^2-4)$ $= 5$ 에서 $x^2-4 = 2^5$</p>

문항 분석

◆ 교육과정 성취기준과 평가기준을 벗어남

10번 문항은 귀납적으로 정의된 수열에 대한 문항입니다. 하지만 실생활문제와도 연관되지 않습니다. 그리고 수열의 a_n 의 부호가 자연수 k 와 연관되어 있어 수열의 a_n 과 a_{n+1} 사이의 관계가 간단하지 않으며 귀납적으로 정의된 수열에서의 특별한 항을 구하는 문제에도 해당되지 않습니다. 따라서 이 문항은 수학적 귀납법에 대한 교육과정 평가기준 상, 중, 하 어떤 부분에도 해당되지 않아 교육과정 성취기준 뿐만 아니라 평가기준의 범위를 벗어난 것으로 판정됩니다.

◆ 계산 과정이 지나치게 복잡함 (경우의 수가 많음)

EBS 문항 해설지를 보아도 알 수 있듯이 자연수 k 의 값에 따라 수열 a_n 의 부호를 결정해야 합니다. 문제에 주어진 조건을 만족하도록 k 에 자연수를 하나하나 대입해가며 수열의 부호를 찾는 과정이 지나치게 복잡합니다.

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정 및 평가기준 근거)

2015 개정 수학과 교육과정 <수학 I> 교육과정 성취기준 및 평가기준	
(다) 수학적 귀납법	
교육과정 성취기준	평가기준
<p>[12수학 I 03-06] <u>수열의 귀납적 정의를 이해한다.</u></p>	<p>[평가기준거 성취기준 ①] 수열의 귀납적 정의를 이해할 수 있다.</p>
	<p>상 수열과 관련된 <u>실생활 문제</u>에서 인접한 항 사이의 관계를 추론하고, 이를 귀납적 정의를 이용하여 표현할 수 있다.</p> <p>중 수열의 귀납적 정의에 대해 말할 수 있고, <u>관계가 간단한 수열</u>을 귀납적으로 정의할 수 있다.</p> <p>하 <u>귀납적으로 정의된 수열</u>에서 특정한 항을 구할 수 있다.</p>

■ 공통 20번 문항

※ 문항 및 문항 분석

20번 문항	문항 분석
<p>20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt$는 $x=1$과 $x=4$에서 극소이다. $f(0)$의 값을 구하시오. [4점]</p>	<p>◆ $g(x) = \int_x^{x+1} f(t) dt$</p> <p>정적분에서 위 끝이 변수인 경우는 선택과목인 <미적분> 교과에서 다루지만 정적분에서 아래 끝이 변수인 적분 기호는 교육과정의 수준과 범위를 벗어나는 표현입니다</p> <p>◆ 오답률 88% (EBS 제공)</p> <p>◆ 선택과목에서 <미적분>을 선택한 학생들에게 유리한 문제</p> <p>20번 문항은 공통문항으로 출제범위는 <수학 I>, <수학 II>에 해당하는 문제입니다. 본 문항을 푸는 과정에서 합성함수 미분법을 이용하면 보다 더 빠르게 문제를 해결할 수 있습니다. 하지만 합성함수 미분법은 수학 II에서 다루는 내용이 아니며 선택과목인 <미적분>에서 다루는 내용입니다 따라서 본 문항은 수학 선택과목 중 <확률과 통계>나 <기하>를 선택한 학생들에게는 불리한 문제로 판단됩니다</p>

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정)

2015 개정 교육과정 <수학 II> 미분에 관한 평가방법 및 유의사항
<ul style="list-style-type: none"> 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.
2015 개정 교육과정 <미적분> 미분법에 관한 성취기준
<p>㉒ 여러 가지 미분법</p> <p>[12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다.</p> <p>[12미적02-07] <u>합성함수를 미분할 수 있다.</u></p> <p>[12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다.</p>

※ 오답률 88% (EBS 제공)

공통 20번 문항 오답률 (EBS 제공)				
순위	문항 번호	오답률	배점	정답
1	22	98.0	4	19
2	30	95.0	4	16
3	29	91.0	4	50
4	20	88.0	4	13

■ 공통 21번 문항

※ 문항 및 문항 분석

21번 문항	21번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>21. 자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오. [4점]</p>	<p>$\left(\frac{3}{4n+16}\right)^2 = 8^m$ (m은 정수)㉠</p> <p>의 꼴이 되어야 한다. 그러려면 우선 $4n+16$이 3의 배수가 되어야 하므로 $n = 3k-1$ (k는 $1 \leq k \leq 333$인 자연수) 이어야 한다. 이때 ㉠에서</p>

문항 분석

◆ 정수가 되는 조건을 찾는 과정에서 대학과정의 <정수론> 내용 포함

EBS 해설지에 제시되어 있는 문항 풀이에서 식㉠을 만들어 내는 것은 가능하지만 식㉠을 만족하려면 $4n+16$ 이 3의 배수가 되어야 한다는 과정에서 음수 지수를 생각해야 하므로 이를 유추해 내는 것은 쉽지 않습니다. 또한 $4n+16$ 이 3의 배수가 된다는 조건을 이용해 $n = 3k-1$ ($1 \leq k \leq 399$) 꼴로 나타내어진다는 것은 대학과정에 <정수론> 교재 내용에 해당하는 modulus정리(일차합동식)내용에 해당하고 이를 이용하면 n 의 값을 보다 쉽게 구할 수 있습니다.

※ 대학 전공 수학 <정수론> 내용

합동식에 관련된 내용

정의 3.1.1 고정된 양의 정수 m 에 대하여, 두 정수 a, b 의 차가 m 의 배수일 때, 즉 $m \mid (a-b)$ 일 때, a 와 b 는 법(modulus) m 에 관하여 **합동** (congruent)이라 하고, 이 사실을 $a \equiv b \pmod{m}$ 으로 나타낸다. 즉,

$$a \equiv b \pmod{m} \iff m \mid (a-b)$$

또, $a \equiv b \pmod{m}$ 이 아닐 때, 이 사실을 $a \not\equiv b \pmod{m}$ 로 나타낸다. 그리고, 합동 기호 \equiv 가 들어 있는 식을 **합동식**이라고 한다.

정의에 의하여 다음이 성립한다.

$$a \equiv 0 \pmod{m} \iff m \mid a$$

정수를 계수로 가지는 다항식 $f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ 에 대하여 합동식

$$f(x) \equiv 0 \pmod{m}$$

을 **다항합동식**(polynomial congruence)이라 하고, 특히 $a_n \not\equiv 0 \pmod{m}$ 일 때 이 합동식을 (x 에 관한) **n 차의 합동식**이라고 한다.

보기 3.4.1 일차합동식 $7x \equiv 5 \pmod{31}$

의 해를 구해 보자.

먼저 $(31, 7) = 1$ 이고, 다음이 성립한다.

$$31 \cdot (-2) + 7 \cdot 9 = 1,$$

$$31 \cdot (-10) + 7 \cdot 45 = 5$$

$$7 \cdot 45 \equiv 5 \pmod{31}$$

$$7 \cdot 14 \equiv 5 \pmod{31}$$

따라서 구하는 해는 $x \equiv 14 \pmod{31}$ 이다.

4	31	7	2
	28	6	
3	3	1	
	3		
	0		

a_i	4	2		
s_i	1	0	1	-2
t_i	0	1	-4	9

■ 공통 22번 문항

※ 문항 및 문항 분석

22번 문항	22번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>22. 두 양수 $a, b(b > 3)$과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수</p> $g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$ <p>이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$의 값을 구하시오. [4점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{ g(x) + \{g(t)\}^2} - g(t) }{(x+3)^2}$의 값이 존재하지 않는 실수 t의 값은 -3과 6뿐이다. </div>	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{ g(x) + \{g(t)\}^2} - g(t) }{(x+3)^2}$ $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{ g(x) }{(x+3)^2(\sqrt{ g(x) + \{g(t)\}^2} + g(t))}$ $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{ (x+3)f(x) }{(x+3)^2(\sqrt{0 + \{g(t)\}^2} + g(t))}$ $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{ (x+3)f(x) }{(x+3)^2 \times 2 g(t) }$ <p>... ㉠</p> $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ (x+3)f(x) }{(x+3)^2 \times 2 g(t) }$ $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{ (x+3)^2(x+k) }{(x+3)^2 \times 2 g(t) }$ $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{ x+k }{2 g(t) } \dots \text{㉡}$

문항 분석

- ◆ <보기>에 주어진 극한 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2}$ 은 지나치게 복잡함
 극한에 포함되어있는 함수에는 무리식, 절댓값, 유리함수 등이 복합적으로 섞여 있는 복잡한 합성함수에 해당합니다.
- ◆ 함수의 극한과 관련된 교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수
 함수의 극한과 관련된 교육과정 평가 방법 및 유의사항에는 '함수의 극한과 연속에 대한 평가에서는 함수의 극한과 연속의 뜻과 성질에 대한 이해 여부를 평가하는 데 중점을 두고, 복잡한 합성함수의 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다'라고 명시되어 있습니다.
- ◆ $|AB| = |A| \times |B|$, $\sqrt{A^2} = |A|$ 는 교육과정을 벗어나는 내용
 EBS 해설지에 제시된 문항 풀이과정에서 고교 교과서나 교육과정에 정의 되어있지 않는 절댓값과 관련된 성질 $|AB| = |A| \times |B|$, $\sqrt{A^2} = |A|$ 을 증명없이 무분별하게 사용하고 있습니다.
- ◆ 오답률 98% (EBS 제공)

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정)

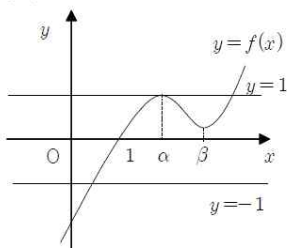
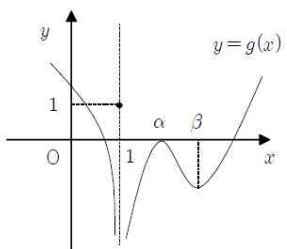
2015 개정 교육과정 <수학Ⅱ>교과의 함수의 극한 단원의 평가 방법 및 유의사항	
	<ul style="list-style-type: none"> • <u>함수의 극한과 연속에 대한 평가에서는 함수의 극한과 연속의 뜻과 성질에 대한 이해 여부를 평가하는 데 중점을 두고, 복잡한 합성함수나 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.</u>

※ 오답률 88% (EBS 제공)

공통 20번 문항 오답률 (EBS 제공)				
순위	문항 번호	오답률	배점	정답
1	22	98.0	4	19

■ 선택 <미적분> 28번 문항

※ 문항 및 문항 분석

미적분 28번 문항	미적분 28번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block;"> $g(x) = \begin{cases} \ln f(x) & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$ </div> <p>이코 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$의 극솟값은? [4점]</p> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>(가) 함수 $g(x)$는 $x \neq 1$인 모든 실수 x에서 연속이다. (나) 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극대이고, 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 극소이다. (다) 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.</p> </div> <p>① $\ln \frac{13}{27}$ ② $\ln \frac{16}{27}$ ③ $\ln \frac{19}{27}$ ④ $\ln \frac{22}{27}$ ⑤ $\ln \frac{25}{27}$</p>	<p>이때, 조건 (다)를 만족시키는 함수 $f(x)$의 그래프와 $g(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.</p> <p>(i) </p> <p>(ii) </p>

문항 분석

◆ 함수 $g(x)$ 는 지나치게 복잡한 함수

<미적분> 28번 문항에 정의된 함수 $g(x)$ 는 정의역이 함수 $f(x)$ 로 구성되어 있을 뿐만 아니라 $f(x) \neq 0$ 일 때 함수 $g(x)$ 는 삼차함수 $f(x)$ 와 로그함수가 합성되어있는 복잡한 함수에 해당합니다.

◆ 도함수를 이용해 함수의 그래프 개형을 그리는 과정이 복잡 (교육과정 평가 방법 및 유의 사항 미준수)

문제를 해결하기 위해서는 도함수를 활용하여 함수 문제에 주어진 조건을 만족하는 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)$ 의 그래프 개형을 정확하게 그릴 수 있어야 합니다. 함수 $f(x)$ 는 삼차함수이며 최고차항 계수가 주어져 있어 그 개형을 그리기가 비교적 쉬우나 함수 $g(x)$ 는 $f(x) = 0$ 에서 불연속이고 로그함수와 삼차함수의 합성함수로 정의되어있어서 그 개형을 판단하기가 어렵습니다. 또한 조건 (다)를 만족하도록 함수 $g(x)$ 의 그래프를 그리는 과정에서 그 유형이 2개로 나누어지므로 이 과정도 상당히 복잡합니다. 이것은 교육과정에 명시되어 있는 <수학Ⅱ>와 <미적분> 교과서의 평가 방법 및 유의사항을 벗어난 것으로 판단됩니다.

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정)

2015 개정 교육과정 <수학Ⅱ>, <미적분> 에 관한 평가 방법 및 유의 사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

■ 선택 <미적분> 29번 문항

※ 문항 및 문항 분석

미적분 29번 문항	29번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.</p> <p>$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$일 때, 100k의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)</p> <p style="text-align: right;">[4점]</p>	$f(\theta) = \frac{1}{2} \times \overline{AH} \times \overline{HQ}$ $= \frac{1}{2} \times \frac{\sin^2 2\theta}{(1 + \cos 2\theta)^2} \times \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$ <div style="border: 2px solid red; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>삼각형 AOP에서 각의 이등분선이 선분 OP와 만나는 점이 R이므로</p> $\overline{AO} : \overline{AP} = \overline{OR} : \overline{RP}$ </div> $g(\theta) = \triangle OSP - \triangle OSR$ $= \frac{1}{2} \times \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)$ $\times \frac{2 \sin \theta}{2 \sin \theta + 1}$

문항 분석

◆ 삼각함수의 극한을 구하는 과정이 복잡 (교수학습 방법 및 유의사항 미준수)

삼각함수의 극한과 관련하여 <미적분> 교과 교육과정 교수·학습 방법 및 유의사항에서 ‘삼각함수의 극한은 삼각함수 $\sin x$, $\cos x$ 의 도함수를 구하는데 필요한 정도로 간단히 다룬다’라고 명시되어 있으나 본 문제의 풀이 (EBS 해설지)에서 함수 $f(\theta)$, $g(\theta)$ 는 삼각함수가 복잡적으로 구성되어있는 복잡한 함수여서 극한값을 구하는 과정이 단순하지 않습니다.

◆ 풀이과정 중 ‘삼각형의 각이 이등분선의 성질’ 활용함

본 문항에 제시된 그림에서 삼각형 AOP에서 선분 AR은 각OAP의 이등분선임을 알 수 있습니다. 이를 이용해 $g(\theta)$ 를 구하는 과정에서 ‘삼각형의 각이 이등분선에 관한 성질(비례식)’을 이용하고 있습니다. ‘삼각형의 각이 이등분선에 관한 성질(비례식)’은 교육과정에 없는 내용입니다.

◆ 오답률 91%

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정)

2015 개정 교육과정 <미적분> 교과의 미분법 단원의 교수·학습 방법 및 유의 사항

(나) 교수·학습 방법 및 유의 사항

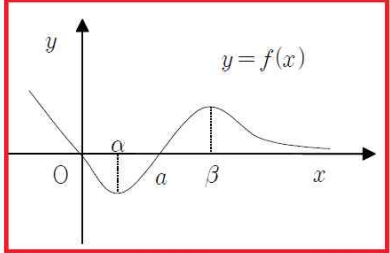
- 삼각함수의 극한은 삼각함수 $\sin x$, $\cos x$ 의 도함수를 구하는 데 필요한 정도로 간단히 다룬다.

※ 오답률 91% (EBS 제공)

2015 개정 교육과정 <미적분> 교과의 미분법 단원의 교수·학습 방법 및 유의 사항

순위	문항 번호	오답률	배점	정답
3	29	91.0	4	50

■ 선택 <미적분> 30번 문항

※ 문항 및 문항 분석	
미적분 30번 문항	30번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>30. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는</p> $f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x}$ <p>이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식</p> $f(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$ <p>의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자.</p> <p>$g(5) + \lim_{t \rightarrow 5^-} g(t) = 5$일 때, $\lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k^+} g(t)$를 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]</p>	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - ax}{e^x} = 0$ <p>이므로 함수 $y = f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같다.</p> 

문항 분석

◆ 함수 $f(x)$ 의 그래프를 그리는 과정이 지나치게 복잡함 (평가 방법 및 유의사항 미준수)

도함수를 이용해서 함수 $f(x)$ 그리는 것에 있어서 극값이 2개의 극값과 변곡점이 존재하고 함수의 그래프를 정확히 그리기 위해서는 x 가 무한대로 갈 때 함수의 $f(x)$ 의 극한값을 구하는 것이 필수적입니다. 하지만 고교 교육과정에서 밑이 자연로그 e 인 지수함수가 포함된 함수의 극한값을 구하기 위해서는 무리수 e 의 정의($\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$)의를 사용해서 구하는 방법이 일반적이거나 본문에 주어진 함수 $f(x)$ 의 분자가 이차함수로 되어있어서 고교 교육과정에서의 무리수 e 의 정의만으로는 극한값을 구하는 것은 어렵습니다. '지수함수가 다항함수보다 빠르게 증가한다'라는 사실을 안다면 그 극한값을 빠르게 계산할 수 있으나 이 사실은 고교 교육과정에서 다루지 않는 내용입니다. 지수함수의 극한과 관련하여 교육과정 평가 방법 및 유의 사항에는 '지수함수의 극한은 지수함수와 로그함수의 도함수를 구하는 데 필요한 정도로 간단히 다룬다.'라고 되어있으나 이문제는 이에 해당하지 않습니다 또한 '도함수의 활용하여 함수 그래프 개형을 그리는 내용에서 지나치게 복잡한 함수는 다루지 않는다'라는 <수학Ⅱ> 교과과 평가 방법 및 유의 사항도 벗어난 것으로 판단됩니다.

◆ 오답률 95%

※ 교육과정 근거 (2015 개정 교육과정)

2015 개정 교육과정 <수학Ⅱ>, <미적분> 에 관한 평가 방법 및 유의 사항	
(다) 평가 방법 및 유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.
(다) 평가 방법 및 유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.
(나) 교수·학습 방법 및 유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> 지수함수와 로그함수의 극한은 지수함수 e^x와 로그함수 $\ln x$의 도함수를 구하는 데 필요한 정도로 간단히 다룬다.

※ 오답률 95% (EBS 제공)

선택과목 <미적분> 번 문제 오답률 (EBS 제공)				
순위	문항 번호	오답률	배점	정답
2	30	95.0	4	16

■ 선택 <기하> 28번 문항

※ 문항 및 문항 분석

미적분 30번 문항	30번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>28. 좌표평면에서 직선 $y=2x-3$ 위를 움직이는 점 P가 있다. 두 점 $A(c, 0), B(-c, 0)(c>0)$에 대하여 $\overline{PB}-\overline{PA}$의 값이 최대가 되도록 하는 점 P의 좌표가 (3, 3)일 때, 상수 c의 값은? [4점]</p> <p>① $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{2}$</p>	<p>두 양수 a, b에 대하여 두 점 A, B를 초점으로 하는 쌍곡선의 방정식을 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$이라 하자.</p> <p style="border: 2px solid red; padding: 5px;">이 쌍곡선이 점 (3, 3)을 지나고 점 (3, 3)에서 직선 $y=2x-3$에 접할 때, $\overline{PB}-\overline{PA}$는 최대이다.</p> <p>쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 (3, 3)에서</p>

문항 분석

◆ 문제 주어진 조건만으로 쌍곡선을 유추하기는 어려움

문제에는 쌍곡선이라는 용어가 나오지 않음에도 불구하고 문제에 주어진 조건인 'A(c,0), B(-c,0)에 대하여 $\overline{PB}-\overline{PA}$ '라는 조건만으로 해당 문제를 쌍곡선과 연관 지어 풀이하는 과정은 지나치게 비약적인 유추의 과정에 해당합니다. 또한 풀이과정(EBS해설지)에 '이 쌍곡선이 점(3,3)을 지나고 (3,3)에서 직선에 접할 때 최대가 된다.'라는 것은 고교 교육과정에서 다루지 않는 내용에 해당합니다.

교육과정에 제시되어있는 쌍곡선에 대한 성취기준에는 '쌍곡선의 뜻을 알고, 쌍곡선의 방정식을 구할 수 있다.' '이차곡선과 직선의 위치관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다'라고 명시되어 있는데 본 문항은 쌍곡선이라는 사실을 인지하지 못한 채 문제에 조건만으로 쌍곡선임을 유추하여 푸는 문제에 해당하므로 교육과정 성취기준에 부합한 문제라고 볼 수 없습니다.

※

2015 개정 수학과 교육과정 <기하> 교과의 '이차곡선' 단원의 성취기준
[12기하01-03] 쌍곡선의 뜻을 알고, 쌍곡선의 방정식을 구할 수 있다.
[12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.

※ 고등학교 <기하> 교과서

이차곡선 단원의 쌍곡선에 대한 정의 (교학사- 고등학교 <기하> 교과서)
<p>쌍곡선의 방정식(1) 두 초점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$으로부터의 거리의 차가 $2a$인 쌍곡선의 방정식은 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ (단, $c>a>0, b^2=c^2-a^2$)</p>