

우리는 이미 **변화의 길** 위에 서 있습니다.

#2030 #입시경쟁 #사교육고통 #해결 #대중운동

사교육걱정없는세상

■ 고등학교 1학년 대안 교과서 <고등 수학의 발견> 출간 보도자료(2023. 1. 9.)

대한민국 최초의 고등학교 대안 교과서 <고등 수학의 발견>이 드디어 출간되었습니다.

- ▲ 사교육걱정없는세상은 2019년 중학교 대안 교과서 <수학의 발견> 완간에 이어 고등학교 1학년 대안 교과서 <고등 수학의 발견>을 2023년 1월 9일에 출간함.
- ▲ 고1 수학은 중학 수학과 연결되면서, 이후 고등 수학 선택과목 이수에 필수적임. ‘입시 수학’의 기초가 되며 주입식 설명과 공식 암기 위주의 학습으로는 수학적 역량을 높이기 어려움.
- ▲ 이에 고교 교사들의 요구로 기존 검정 교과서의 한계를 극복하고 학생의 자기주도적 개념 발견을 이끌어낼 수 있는 교과서를 집필, 지난 2년 동안 전국 8개 고교에서 1,494명의 학생이 현장 실험에 참여해 대안 교과서의 효용성과 가치를 입증함.
- ▲ <고등 수학의 발견>의 핵심적인 특징은 다음과 같음.

- △ 초·중·고 수학 개념을 연결하여 중학교 성취가 부족한 학생을 돕는 교과서
- △ 학생의 자기 주도적 개념 발견이 가능한 수업을 이끌어내는 교과서
- △ 모둠 활동을 통한 과제 해결, 협력을 통해 개념 발견을 촉진시키는 교과서

- ▲ 교사용 해설서에는 검정 교과서의 교사용 지도서에 비해 학습 목표를 보다 상세화하고, 각 과제의 의도와 수업 진행에 대한 노하우, 그리고 예상하기와 논의(질문)하기에 참고할 자료를 제공하였고, 실험학교에서 얻은 학생 답안을 실어 교사들의 수업에 도움이 되도록함.
- ▲ 1월 9일 출간을 시작으로 전국 온오프라인 서점에서 구매 가능, 1월 31일 오후 3시에는 출간기념회를 열어 <고등 수학의 발견>을 자세히 소개하고자 함.

사교육걱정없는세상은 수포자 문제를 해결하고 수학 수업의 혁신을 도모하기 위해 2019년 중학교 대안 교과서 <수학의 발견>을 완간한데 이어 2023년 <고등 수학의 발견>을 학교 현장에 내놓게 되었습니다. 고1 수학은 중학 수학과 연결되면서, 이후 고등 수학 선택과목 이수에 필수적

입니다. 또 ‘입시 수학’의 기초 역량을 기르는 과정이기도 합니다. 그러나 기존 검정 교과서는 주입식 설명과 문제 풀이 중심의 구성으로 인해 수학적 역량을 높이기 어렵게 구성되어 있을 뿐 아니라, 학생들의 자기주도적 개념 발견에 맞지 않아 수업 현장의 어려움이 컸습니다. 이에 고교 수학 교사들의 요구로 대안 교과서 제작에 착수, 19인의 고교 수학 교사들과 함께 기존의 수학 검정 교과서의 한계를 뛰어넘으면서도 ‘잠자는 교실’을 깨우는 <고등 수학의 발견>을 완성했습니다.

[그림 1] 대안 교과서 <고등 수학의 발견>과 교사용 해설서 표지



<고등 수학의 발견> 제작에는 19명의 수학교사가 집필진으로 참여했고, 전국 8개 고등학교에서 2년 동안 실험을 진행했으며, 실험에는 17명의 교사와 1,494명의 학생이 참여했습니다. 19명의 집필진은 개념 이해와 개념 연결을 돕고 자기주도학습이 가능한 교과서를 구성했으며, 실험진은 “수업 적용-관찰-평가 및 피드백” 과정을 거듭하며 수업 현장을 교과서에 녹여냈습니다.

■ 전국 8개 고교에서 1,494명 학생들과 현장 실험을 진행, 학생과 교사의 변화를 입증함.

<고등 수학의 발견>은 학교 현장 실험을 진행하여 학생들의 피드백을 반영하여 완성했습니다. 2021~22년 약 2년여간 8개 학교에서 1,494명의 학생들이 직접 사용했습니다. 개념에 대한 이해가 충분해지면 문제 푸는 기술을 별도로 익히지 않아도 스스로 문제를 해결할 수 있다는 점, 자기주도적 발견을 통해 학생의 수학적 성장을 돕는 교과서라는 점을 확인할 수 있었습니다. 특히 모둠 활동을 통해 답을 발견하는 과정을 경험하고, 그 과정에서 사고를 촉진하는 경험을 나누며 수학 성적을 초월하여 학생들 사이의 토론과 성장이 가능하다는 것을 확인할 수 있었습니다.

실험에 참여한 학생들은 다음과 같이 <고등 수학의 발견>의 효용성과 가치를 입증했습니다.

- 공식의 원리를 이해하고 있어서인지 절대 까먹지 않게 되었다.-김수빈(서울 금옥여고)
- 탐구 위주로 구성되어 있어서 차근차근 이해할 수 있었다.-김태현(경기 문산제일고)
- 공식의 유도 과정과 개념을 암기와 주입식이 아닌 생활 밀착 문제, 생각을 여는 문제 등을 통해 재미있게 알려주는 책이다.-박은지(경기 소명학교)
- 중학교 때 배웠던 개념들과 연결해서 새로운 개념을 배우니 수학 수업이 어렵지 않고 참여하고 싶은 마음이 들었다.-이다연(경기 백석고)
- 열려 있는 질문들을 통해 사고력이 확장되었고, 나만의 표현으로 개념이 완성되는 경험을 했다.-이휘영(경기 소명학교)
- 수학 개념들이 도출되는 과정까지의 논리 구조, 개념들의 유기적인 연결성을 알 수 있었다.-장홍준(경기 백석고)
- 친구들과 함께 생각하고 고민하는 과정을 통해 여러 가지 수학적 접근을 해볼 수 있었다.-황지민(경남 통영여고)

교사들은 주입식 수업, 문제 풀이 중심의 수업에서 벗어나 수업 혁신을 경험할 수 있었습니다.

- 문제를 풀기 위한 학습이 아닌 보다 학문적인 호기심을 갖고 탐구하는 학습이 가능하게 도와줍니다.-노소윤 선생님(대구 매천고)
- 수학의 필요성과 의미를 진정으로 깨닫고, 스스로 다른 단원까지 탐색하고 고민하는 등 수학을 대하는 태도가 성숙해졌습니다.-이미선 선생님(서울 금옥여고)
- 학생들은 정답에 이르는 과정을 하나하나 해결해 나가며 마치 게임의 미션을 클리어하듯이 즐거워했고 성취감을 느꼈습니다.-여주현 선생님(대구 매천고)
- 스스로 수학 개념을 발견하고 문제에 적용해 거침없이 해결하는 학생이 하나둘 늘어났습니다.-백미선 선생님(경기 운천고)
- 기본 개념을 잘 모르는 학생이나 학원에서 미리 배워 온 학생도 함께 의견을 나누며 배울 수 있는 탐구의 과정이 좋았습니다.-정선영 선생님(경남 통영여고)
- 입시로 인해 과감하게 도전하지 못했던 고등학교의 수학 수업도 변할 수 있다는 것을 알게 되었습니다.-최민기 선생님(경기 소명학교)

[그림 2] 실험 장면, 회의 장면 등 <고등 수학의 발견> 제작 과정 스케치



■ <고등 수학의 발견>의 핵심적인 특징은 △초·중·고 수학 개념을 연결하여 중학교 성취가 부족한 학생을 돕는 교과서, △학생의 자기 주도적 개념 발견이 가능한 수업을 이끌어내는 교과서 △모둠 활동을 통한 과제 해결, 협력을 통해 개념 발견을 촉진시키는 교과서임. 이는 주입식 수업에 적합한 기존 검정교과서의 한계를 극복하고자 한 결과임.

지금까지 기존 검정 교과서를 사용한 수업에서는 학생들이 수학을 개념적으로 이해하지 못하고 공식만 외워서 문제를 해결하는 기술을 배워왔습니다. 알고리즘과 문제 풀이 중심의 수업은 학습의 결과만을 중시하고 기계적으로 내용을 반복하며 수학적 사고를 깊이 있게 경험할 수 있는 기회를 박탈합니다. 그 결과 학생들은 수학 개념을 공부할 필요성을 느끼지 못하게 되었고, 고등학교 수업 현장은 이로 인해 ‘잠자는 수학 교실’이 되어버렸습니다. 이미 여러 논문에서는 수학 지식 전달과 문제 풀이 위주의 수업은 문제가 매우 심각함을 지적하고 있습니다.

문제는 기존의 검정 교과서로는 ‘잠자는 수학 교실’을 깨울 수 없다는 점입니다. 개념을 발견하기 어렵고, 문제 풀이 중심으로 구성된 기존 교과서만으로는 교사의 수업 혁신은 한계가 있습니다. 이에 고교 교사들의 요구로 <고등 수학의 발견>의 제작이 시작되었고, 2년의 제작과 실험 기간을 거쳐 드디어 대안 교과서가 발간되었습니다.

<고교 수학의 발견>은 다음 3가지 핵심적인 특징을 통해 기존 검정 교과서의 한계를 극복하

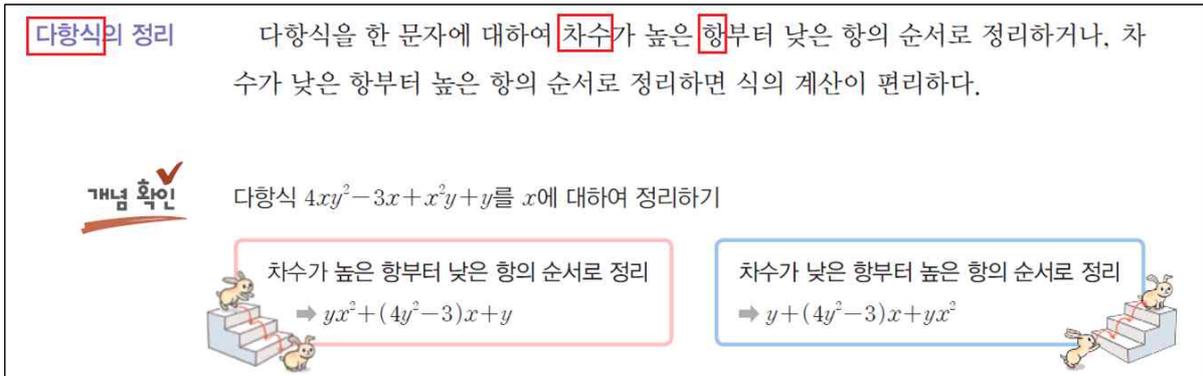
고자 했습니다.

△ (핵심 특징 1) 초·중·고 수학 개념을 연결하여 중학교 성취가 부족한 학생을 돕는 교과서

고등학교 1학년 1학기 수업은 중학교 과정을 연결하는 과정이 반드시 필요한, 중요한 시기입니다. 학생들이 중학교 과정에서 배운 수학 개념을 얼마나 잘 이해하고 있는지 확인하고, 모두가 다 알고 있다는 전제가 아니라 비어있는 개념 이해를 확인해 그 부분을 채워서 다음 과정으로 나아가도록 돕는 것이 매우 중요합니다. 그러나 기존 교과서는 용어의 뜻을 정확하게 제시하고 있지 않아 개념 이해를 돕는데에 한계가 있습니다.

예를 들어, 고1 1학기에 가장 먼저 익히는 <다항식의 연산>을 살펴보겠습니다. 다항식은 수학 용어가 많기로 유명한 개념입니다. 그리고 대부분의 용어는 중학교에서 다루고 있습니다. 기존 교과서는 [그림 3]와 같이 ‘다항식’, ‘차수’, ‘항’ 등의 용어의 뜻을 정확히 제시하지 않아 중학교 과정을 오롯이 이해하고 있어야만 이 부분을 학습할 수 있습니다.

**[그림 3] 기존 검정 교과서의 <다항식 연산> 설명 예시
: 용어의 개념 제시 없이 용어가 바로 등장함**



학생들의 이해 수준이 다를 수 있다는 것을 인식하지 않고 교사가 일방적으로 수업을 진행한다면 일부 학생들은 다항식 연산의 개념을 깨닫기 어려울 것입니다. <고등 수학의 발견>은 이러한 한계를 극복하고자, 용어의 정확한 이해부터 제시합니다. [그림 4]을 살펴보면, 중학교에서 배운 용어를 상기하도록 탐구 과제가 구성되어 있습니다.

[그림 4] <고등 수학의 발견(상)> 첫 탐구 과제
: 중학교에서 배운 용어를 상기하고 이해 수준을 확인할 수 있도록 탐구 과제를 제시함

I 탐구하기 1

01 중학교에서 배운 다항식과 관련된 용어와 용어의 뜻에 해당하는 설명을 선으로 연결하시오.

<ul style="list-style-type: none"> (1) 상수로만 이루어진 항 (2) 식 $3x+2$에서 $3x$와 2 (3) 항에서 문자에 곱해져 있는 수 (4) 한 개의 항으로 이루어진 식 (5) 항에서 곱해진 문자의 개수 (6) 한 개 또는 두 개 이상의 항의 합으로 이루어진 식 (7) 차수가 1인 다항식 (8) 다항식에서 문자와 차수가 각각 같은 항 	<ul style="list-style-type: none"> • • • • • • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • 항 • 다항식 • 상수항 • 차수 • 일차식 • 계수 • 동류항 • 단항식
--	--	--

고등학교 다항식의 연산을 학습하기 위한 출발선은 중학교에서 학습한 용어에 대한 정확한 이해입니다. 이 과제를 해결하고 나면 중학교 성취가 부족한 학생이라도 고등학교 수학에 접근하기 위한 준비가 되기 때문에 고등학교 수학을 포기하지 않을 수 있습니다.

△ (핵심 특징 2) 학생의 자기 주도적 개념 발견이 가능한 수업을 이끌어내는 교과서

기존 검정 교과서에서는 수학 개념을 일방적으로 설명하고 있습니다. 예를 들어, 함수의 정의를 살펴보겠습니다. [그림5]와 같이 기존 교과서는 함수의 정의를 일방적으로 주입합니다. 함수에 대해 학생들의 사고를 촉진하는 질문 없이, 함수의 정의만 던지고 있는 것입니다. 사고할 수 있는 과정이 생략된 상황에서 학생들은 ‘이게 뭐지?’ 혹은 ‘왜 이렇게 정의했지?’라는 의문을 품으며 당황할 수밖에 없습니다. 기존 교과서의 이러한 구성은 단순 암기만 유발하게 하고 학생들의 개념 이해를 촉진할 수 없습니다.

[그림 5] 검정 교과서 함수의 정의
: 정의를 일방적으로 주입함.

X 의 각 원소에 Y 의 원소가 오직 하나씩만 대응할 때, 이 대응 f 를 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수라고 하며, 기호로

$f: X \longrightarrow Y$

와 같이 나타낸다.

하지만 <고등 수학의 발견>은 교사의 일방적 개념 주입을 최소화하고 학생의 자기 주도적

발견을 최대화하는 수업이 가능하도록 과제를 개발해 제공하고 있습니다. 중학교에서는 함수 개념을 구체적인 상황에서 배우지만, 보다 추상적인 의미에서의 함수는 고등학교에서 배우게 됩니다. <고등 수학의 발견>에는 추상적인 의미에서의 함수 등 고교 수학의 개념을 쉽게 이해하고 배울 수 있도록 학생들의 사고를 촉진하는 질문이 포함되어 있습니다. 교사가 이러한 교과서 구성을 잘 활용할 때 학생들은 단순 암기의 틀에서 벗어나 좀 더 깊은 개념 이해를 할 수 있을 것입니다.

[그림 6] <고등 수학의 발견(하)>의 함수의 정의 과제
: 함수의 정의를 깊이 사고하도록 구성함.

03 함수의 정의는 '㉠ 집합 X 의 각 원소에 ㉡ 집합 Y 의 원소가 하나씩만 대응할 때, 이러한 대응을 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수라고 한다'이다. 다음 질문에 답하시오.

(1) 함수의 정의에서 '㉠ 집합 X 의 각 원소에'가 필요한 이유를 쓰시오.

나의 생각	모둠의 생각

(2) 함수의 정의에서 '㉡ 집합 Y 의 원소가 하나씩만 대응'되어야 하는 이유를 쓰시오.

나의 생각	모둠의 생각

[그림6]와 같이 과제를 제시하여 함수에 대한 추상적인 개념을 스스로 생각하는 과정에서 호기심을 갖게 하며, 이는 수학에 대한 흥미와 내적 동기를 유발합니다. 이는 실험학교 학생들의 증언에서도 찾아볼 수 있었습니다.

또 호기심을 높이고 사고를 촉진하기 위해서 [그림7]과 같이 다른 학생의 설명을 제시하고 자신의 생각을 정리하게끔 과제를 구성했습니다. 이 과제는 나머지 개념을 스스로 생각해볼 수 있도록 다른 학생의 오개념을 끌어들이는 것입니다. 다른 학생의 설명을 살펴보며 오류를 찾아내는 과정을 거쳐 본인이 나머지의 개념을 정립할 수 있는 계기가 됩니다.

[그림 7] <고등 수학의 발견> 나머지에 대한 학생의 생각을 끄집어내는 과제

03 x^3+3x+5 를 x^2+1 로 나눈 몫과 나머지를 구하려고 한다. 승현이의 설명에 대한 나의 생각을 쓰시오.

승현: 다항식 x^3+3x+5 를 x^2+1 로 나누면 몫이 $x+\frac{2}{x}$ 이고

나머지가 $5-\frac{2}{x}$ 야.

왜냐하면 $(x^2+1)\left(x+\frac{2}{x}\right)+5-\frac{2}{x}$ 를 계산하면

x^3+3x+5 가 되기 때문에

$x^3+3x+5=(x^2+1)\left(x+\frac{2}{x}\right)+5-\frac{2}{x}$ 가 성립하잖아.

$$\begin{array}{r} x + \frac{2}{x} \\ x^2+1 \overline{) x^3+3x+5} \\ \underline{x^3 + x} \\ 2x+5 \\ \underline{2x + \frac{2}{x}} \\ 5 - \frac{2}{x} \end{array}$$

△ (핵심 특징 3) 모둠 활동을 통한 과제 해결, 협력을 통해 개념 발견을 촉진시키는 교과서

<고등 수학의 발견>은 어려운 과제는 반드시 모둠 활동을 통하여 친구들과 협력하는 과정을 거치게 하여 개념 발견의 기쁨을 누리도록 했습니다. 여러 탐구 활동을 유기적으로 연결하고 학생들의 상호작용을 유발하는 모둠 활동을 통해 협력적인 문제해결능력을 기르고, 학생 스스로 채울 수 있는 공간을 최대한 늘렸습니다. [그림 8]과 같이 모둠활동을 제시하고, 나의 생각과 모둠의 생각을 정리할 수 있도록 구성했습니다.

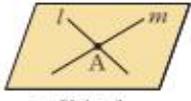
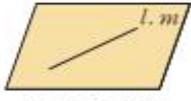
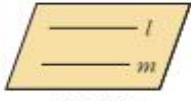
[그림 8] <고등 수학의 발견> 모둠 활동을 통해 개념 이해를 할 수 있도록 구성함

I 탐구하기 11

01 한 평면 위에 있는 두 직선의 위치 관계를 나타낸 **보기**를 참고하여 한 평면에서 이차함수의 그래프(포물선)와 직선의 위치 관계를 그림으로 나타내고, 분류 기준을 쓰시오. 또 모둠 활동을 한 다음, 모둠의 생각을 정리하시오.

보기

한 평면 위에 있는 두 직선 l, m 의 위치 관계는 다음과 같다.

① 한 점에서 만난다.	② 일치한다.	③ 평행하다.
		
교점이 1개	교점이 무수히 많다.	교점이 없다.

구분	나의 생각	모둠의 생각
이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계		

교사 해설서에도 <탐구하기> 문제를 푸는 과정을 학생들이 토론하는 과정을 통해 자기 생각을 끄집어내고 발전시켜나가는 과정으로 활용할 것을 교사들에게 적극 권장하고 있습니다. 이는 현장 실험을 통해 학생과 교사 모두 사고력 향상에 도움이 된다고 입증한 것으로, 수업에서 <고등 수학의 발견>을 가장 잘 활용할 수 있는 방법입니다.

■ 교사용 해설서에는 검정 교과서의 교사용 지도서에 비해 학습 목표를 보다 상세화하고, 각 과제의 의도와 수업 진행에 대한 노하우, 그리고 예상하기와 논의(질문)하기에 참고할 자료를 제공하였고, 실험학교에서 얻은 학생 답안을 실어 교사들의 수업에 도움이 될 것임.

기존 검정 교과서의 교사용 지도서는 이론적인 면에서 충실하기는 하지만 실제 수업에 도움이 될 만한 내용을 충분히 담지 못하고 있습니다. <고등 수학의 발견>의 교사용 해설서에는 두 루뭉술한 교육과정 성취기준을 보다 상세하게 풀어서 학습 목표를 재구성했습니다. [그림 9]과 같이 학습 목표의 상세화는 교사들이 수업에서 성취해야 할 목표를 보다 명확히 하는데 도움이 되고 학생들의 성취 정도를 파악하는 기준으로서의 역할도 합니다.

[그림 9] <고등 수학의 발견> 교사용 해설서의 학습 목표 상세화

영역	내용
학습 목표	<ol style="list-style-type: none"> ① 다항식과 관련된 용어를 사용하여 다항식의 사칙연산이 수의 연산과 비슷한 성질을 갖고 있음을 설명할 수 있다. ② 중학교에서 학습한 내용을 연결하여 다항식의 용어를 설명할 수 있다. ③ 동류항을 계산하고 정리하는 과정에서 내림차순과 오름차순 정리의 필요성을 느낄 수 있다. ④ 복잡한 다항식의 덧셈과 뺄셈을 경험하면서 자신이 사용한 전략을 다항식의 용어를 사용하여 표현할 수 있다.
성취 기준	10수학01-01 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.

또한 [그림 10]와 같이 수업 과제마다 제작 의도는 물론이고 수업 진행 노하우, 예상하기와 논의(질문)하기 코너를 마련하고 여기에 수업에 필요한 정보를 최대한 수록하여 교사의 수업 진행을 돕고 있습니다. 그리고 [그림11]과 같이 실험학교에서 수집한 학생 답안 중 중요한 시사점을 얻을 수 있는 답안을 정선하여 제공함으로써 교사가 수업을 디자인할 때 중요한 참고 자료가 되도록 했습니다.

[그림 10] <고등 수학의 발견> 교사용 해설서의 수업 참고 자료

과제의도

- 이 탐구는 중학교에서 배운 분배법칙을 이용하여 전개하는 데 어려움을 겪는 학생들에게 새로운 대안으로 제시할 수 있는 과제이다. 초등학교에서 배운 세로셈과 연결하는 과정에서 다항식의 복잡한 곱셈에 대한 거부감을 줄일 수 있게 한다. 2번 문제는 곱셈 공식을 세로셈으로 유도하면서 복잡한 다항식의 곱셈에 친숙해지도록 하는 과제이다.

수업진행하기

- 2번 문제에서 $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 이나 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하는 경우, 학생들이 위 칸에 $a+b$ 나 $a-b$ 를 쓰게 되면 계산 과정에서 곱셈의 결과를 쓰는 칸이 안 맞을 수 있다. 그래서 곱셈의 교환법칙을 이용하여 두 식을 바꿔 곱한 식을 같이 제공했다. 어려움을 겪은 학생이 있다면 적절히 설명하여 지도한다.

예상하기 & 논의(질문)하기

- 1번 (3)에서 가로셈을 잘못 이해한 학생이 있다면 (3)과 (4)를 비교하도록 추가 질문한다. (3)은 다음과 같이 생각할 수도 있다.

$$12 \times (20 + 3) = 12 \times 20 + 12 \times 3 = 240 + 36 = 276$$

[그림 11] <고등 수학의 발견> 교사용 해설서의 수업 참고 자료에 학생 답변 제시

학생 답안

예주는 공통인수를 a , 진우는 z , 예진은 ax , 화정은 $\frac{a}{z}$ 로 두고
인수분해를 했기 때문이다.

이전 값으로 묶었느냐에 따라서 다르게 나옴 때문

다항식의 곱으로 표현하는 것이 인수분해를 이해하지 못할 수 있다.

■ 1월 31일 오후3시, <고등 수학의 발견> 출간기념회에 학생, 교사를 초대함.

<고등 수학의 발견>은 1월 9일 출간을 시작으로 전국 온오프라인 서점에서 구매할 수 있으며, 1월 31일에는 출간기념회를 열어 학생, 교사들에게 대안교과서의 특징과 장점을 자세히 소개하고자 합니다. 수업 실험을 통해 대안 교과서를 미리 경험한 학생 교사들의 살아있는 증언을 들을 수 있는 자리에 초대합니다. 사교육걱정없는세상은 고등학교의 수학 수업의 변화를 위해 모든 노력과 도움을 아끼지 않고 적극 지원하겠습니다. 감사합니다.

2023. 1. 9.

사교육걱정없는세상

(공동대표 정지현, 홍민정)

※ 문의 : 사교육걱정없는세상 수학교육혁신센터 연구원 김상우(02-797-4044/내선번호 513)

사교육걱정없는세상 수학교육혁신센터 센터장 최수일(02-797-4044/내선번호 508)