

### #붙임 : 교육과정을 벗어난 것으로 판정된 근거 (요약)

※ 교육과정의 범위와 수준을 벗어난 것으로 판정되는 문제의 유형은 크게 세 가지로 나눌 수 있습니다.

- ① 교육과정 성취기준에 명시된 사항을 벗어난 경우
- ② 교육과정 성취기준에 명시되지 않은 내용을 출제한 경우
- ③ 출제범위를 벗어나거나 대학과정의 내용을 출제한 경우

영역	과목구분	문항번호	위반 유형			교육과정을 벗어난 것으로 판정한 근거	정답율 (EBS)	비율
			①	②	③			
수학	공통문항	9 (객)	●			◆ ‘수열의 합’ 기호에서 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k}$ 와 같은 기호표현은 다를 수 없음. (교육과정 ‘학습요소’ 미준수)	40%	13% (6/46)
		20 (주)	●			◆ ‘절댓값을 포함하는 함수의 그래프를 그리는 것’ (2015 개정 수학과 교육과정에서 다루지 않는 내용) ◆ $ g(x) $ 는 절댓값을 포함하는 3차 함수에 해당함. (교육과정 성취기준 미준수)	12.1%	
		21 (주)	●			◆ <미적분> 선택과목에서 다루는 ‘지수함수와 로그함수 미분법’을 이용하면 ‘보기 ㄴ’ 명제의 참·거짓을 보다 더 쉽게 판단할 수 있음 (특정 선택과목을 선택한 사람에게 유리한 문항에 해당함.)	10%	
	미적분	28 (객)			●	◆ $\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a\cos^2\pi x \times e^{\sin^2\pi x} + b$ 는 ‘함수방정식’임 (‘함수방정식’은 대학과정에서 다루는 내용임)	33.4%	
		29 (주)	●			◆ ‘미지수( $a, b, k$ )가 3개인 연립이차방정식’을 다루고 있음 (교육과정 성취기준 미준수)	18.6%	
		30 (주)			●	◆ 수열 $\{b_n\}$ 에 대해 $\{b_{2n-1}\}$ 과 $\{b_{2n}\}$ 은 대학과정에서 다루는 ‘부분 수열’ 과 관련된 기호표현에 해당함 ◆ 부등식의 성질을 이용하여 수열 $\{b_n\}$ 을 구하는 과정이 지나치게 복잡함 (교육과정 평가 방법 및 유의 사항)	94.1%	
총계 (개)	6	4	0	2			13.0%	

※ 문항번호 아래의 ‘객’은 객관식 문항, ‘주’는 주관식 문항을 말합니다

※ 각 문항별로 구체적인 판정근거는 다음 쪽부터 제시되어 있습니다.

■ 교육과정을 벗어난 것으로 판정한 근거

■ 공통 9번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

9번 문항	9번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>9. 수열 <math>\{a_n\}</math>이 모든 자연수 <math>n</math>에 대하여</p> $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$ <p>을 만족시킬 때, <math>\sum_{n=1}^{10} a_n</math>의 값은? [4점]</p> <p>① <math>\frac{10}{21}</math>    ② <math>\frac{4}{7}</math>    ③ <math>\frac{2}{3}</math>    ④ <math>\frac{16}{21}</math>    ⑤ <math>\frac{6}{7}</math></p>	<p><math>n \geq 2</math>일 때</p> $\frac{1}{(2n-1)a_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(2k-1)a_k}$ $= n^2 + 2n - \{(n-1)^2 + 2(n-1)\}$ $= 2n + 1$

**문항 분석**

- ◆  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k}$ 와 같은 기호표현은 교육과정 내에서 다룰 수 있는 기호표현을 벗어나는 것임.

‘수열의 합’과 관련된 내용을 다루는 고등학교 『수학 I』 교과서에는 ‘수열  $\{a_n\}$ 의 첫 번째 항부터  $n$ 항까지의 합’을  $S_n$ 이라 하고 이를  $\sum_{k=1}^n a_k$ 이라고 표현합니다. 그리고 교육과정에서도 ‘수열의 합’관련된 기호는  $\sum_{k=1}^n a_n$ 만 다룰 수 있습니다. 하지만 [공통 9번 문항]에는  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k}$ 와 같이 복잡한 형태의 기호표현이 사용되어 있습니다. 따라서 본 문항은 교육과정 학습요소(기호 표현)를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.
- ◆ ‘여러 가지 수열의 합’에 대한 교육과정 교수·학습 방법 및 유의 사항을 벗어남

교육과정에는 ‘여러 가지 수열의 합과 관련된 문제는 간단한 것만 다룬다.’라고 제시되어 있으나, 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하기 위해서는  $\frac{1}{(2k-1)a_k}$ 을 새로운 수열로 생각하고 계산하여 하는 과정이 필요해 그 과정이 간단하지 않습니다.

※ 교육과정 근거(2015 개정 수학과 교육과정)

고등학교 『수학 I』 - 수열의 합 - 성취기준, 학습요소(기호표현), 교수학습 방법 및 유의 사항	
성취기준	<p>② 수열의 합</p> <p>[12수학 I 03-04] <math>\Sigma</math>의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> <p>[12수학 I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제<math>n</math>항까지의 합을 구할 수 있다.</p>
학습요소	<p>(가) 학습 요소</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법, <math>a_n</math>, <math>\{a_n\}</math>, <math>\sum_{k=1}^n a_k</math></li> </ul>
교수·학습 방법 및 유의사항	<ul style="list-style-type: none"> <li>여러 가지 수열의 합에서는 자연수의 거듭제곱의 합 <math>\sum_{k=1}^n k</math>, <math>\sum_{k=1}^n k^2</math>, <math>\sum_{k=1}^n k^3</math>과 수열의 합이 간단한 것만 다룬다.</li> </ul>

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

- (6) 교육과정 밖의 내용은 정규 수업 시간에 지도하였더라도 출제하여 평가할 수 없음
- 용어와 기호 또한 교육과정의 학습 요소에서 제시한 범위를 벗어나는 내용은 출제하지 않아야 하며 새로운 용어와 기호를 문제에서 정의하고 출제하는 것도 지양해야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

■ 공통 9번 문항 - 교육과정 미준수로 판정한 근거(추가)

※ 대학별고사의 선행학습 영향평가 결과 분석 보고서 - 논제 구성 및 교육과정 관련 기준

<표 III-23> 대학별고사(수리논술) 시행 및 교육과정 관련 판단 기준틀

구분	판단 기준	
II. 논제 구성 및 교육과정 관련	1. 형식적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 용어가 있는가?
		(2) <u>제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 기호가 있는가?</u>
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 교육과정을 넘어서는 증명 형식이나 서술 형식을 요구하는 경우가 있는가?
	2. 내용적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 내용이 있는가?
		(2) 제시문이나 논제에 특정집단에 유불리가 발생할 수 있는 소재가 사용되고 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 고등학생의 수학적 사고력을 넘어서는 내용이 있는가?

(출처: 한국교육과정평가원)

■ 공통 20번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

20번 문항	20번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>20. 최고차항의 계수가 1인 <u>일차함수 <math>f(x)</math></u>에 대하여 함수</p> $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ <p>가 다음 조건을 만족시킬 때, <math>f(9)</math>의 값을 구하시오. [4점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <math>x \geq 1</math>인 모든 실수 <math>x</math>에 대하여 <math>g(x) \geq g(4)</math>이고 <u><math> g(x)  \geq  g(3) </math></u>이다.                 </div>	<p>(i) <math>g(4) \geq 0</math>인 경우</p> <div style="border: 2px solid red; padding: 5px; margin: 5px;"> <math>x \geq 1</math>인 모든 실수 <math>x</math>에 대하여 <math>g(x) \geq g(4) \geq 0</math>이므로 이 범위에서 <math> g(x)  = g(x)</math>이다.                 </div> <p style="text-align: center;">⋮</p> <p>(ii) <math>g(4) &lt; 0</math>인 경우</p> <div style="border: 2px solid red; padding: 5px; margin: 5px;"> <math>x \geq 1</math>인 모든 실수 <math>x</math>에 대하여 <math> g(x)  \geq  g(3) </math>이려면 <math>g(3) = 0</math> ... ㉔ 이어야 한다.                 </div>

**문항 분석**

- ◆ ‘절댓값을 포함한 함수의 그래프’를 그리는 것은 교육과정을 벗어나는 것임.  
 문제에 주어진 <조건>을 이용하여 문제를 해결하는 과정(경우의 수를 나누어 부등식으로 증명하는 과정 - 상단 EBS풀이 참조)에서 절댓값이 포함된 함수인  $|g(x)|$ 의 그래프를 그리는 과정이 필수적입니다. 하지만 ‘절댓값을 포함한 함수의 그래프’를 그리는 것은 2015 개정 수학과 교육과정에서 다루지 않는 내용입니다.
- ◆ ‘절댓값이 포함된 삼차부등식’은 교육과정 성취기준을 벗어나는 것임.  
 문제에 주어진 함수  $g(x)$ 는 일차함수인  $f(x)$ 를 적분한 함수로 최고차항의 계수가  $\frac{1}{3}$ 인 삼차함수에 해당합니다. 따라서 문제에 주어진 <조건>에서  $|g(x)| \geq |g(3)|$ 는 ‘절댓값을 포함한 삼차부등식’에 해당합니다. 하지만 고등학교 『수학』의 교육과정 성취기준에는 ‘절댓값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다.’ 라고 제시되어 있습니다. 일차부등식이 아닌 삼차부등식을 다루는 것은 교육과정 성취기준의 범위와 수준을 벗어나는 것에 해당합니다.

※ 교육과정 근거(2015 개정 수학과 교육과정)

고등학교 「수학」 - 절댓값, 함수의 그래프 - 성취기준, 평가 방법 및 유의 사항	
성취기준	[10수학01-15] 절댓값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다. ㉑ 함수 [10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다.
평가 방법 및 유의 사항	(다) 평가 방법 및 유의 사항 • 함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해를 평가할 때 <u> 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.</u>
함수 그래프와 관련된 복잡한 문항 예시	<div style="background-color: #f9f9f9; padding: 10px;"> <p>㉔ (문항)</p> <p>두 함수 <math>y = 2x - [x]</math>와 <math>y = \frac{2}{3} x  + 1</math>의 그래프의 교점의 개수를 구하여라. (단, <math>[x]</math>는 <math>x</math>를 넘지 않는 최대 정수)</p> <p style="text-align: center;"><u><math>y = \frac{2}{3} x  + 1</math></u></p> <p>이 문제는 함수의 그래프에 대한 본질적인 이해보다는 대수적인 계산에만 치중되어 있어 그래프의 성질을 물어보는 문항으로는 적합하지 않은 문항이다.</p> <p style="text-align: right;">(출처 : 2015 개정 교육과정 교수 학습 자료, 교육부)</p> </div>

■ 공통 20번 문항 - 교육과정 미준수로 판정한 근거(추가)

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(1) 평가 문항은 교육과정을 근거로 출제해야 함

- 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-236호 [별책8])의 성격, 목표, 내용 체계 및 성취 기준, 교수·학습 및 평가의 방향을 준수하여야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

※ 대학별고사의 선행학습 영향평가 결과 분석 보고서 - 논제 구성 및 교육과정 관련 기준

<표 III-23> 대학별고사(수리논술) 시행 및 교육과정 관련 판단 기준틀

구분		판단 기준
II. 논제 구성 및 교육과정 관련	1. 형식적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 용어가 있는가?
		(2) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 기호가 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 교육과정을 넘어서는 증명 형식이나 서술 형식을 요구하는 경우가 있는가?
	2. 내용적 측면	(1) <u>제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 내용이 있는가?</u>
		(2) 제시문이나 논제에 특정집단에 유불리가 발생할 수 있는 소재가 사용되고 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 고등학생의 수학적 사고력을 넘어서는 내용이 있는가?

(출처: 한국교육과정평가원)

■ 공통 21번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

21번 문항	‘지수함수·로그함수 미분’을 이용한 <보기 ㄴ>의 증명
<p>21. 실수 <math>t</math>에 대하여 두 곡선 <math>y = t - \log_2 x</math>와 <math>y = 2^{x-t}</math>이 만나는 점의 <math>x</math>좌표를 <math>f(t)</math>라 하자.</p> <p>&lt;보기&gt;의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 <math>A, B, C</math>의 값을 정할 때, <math>A+B+C</math>의 값을 구하시오. (단, <math>A+B+C \neq 0</math>) [4점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 명제 ㄱ이 참이면 <math>A=100</math>, 거짓이면 <math>A=0</math>이다.</li> <li>• 명제 ㄴ이 참이면 <math>B=10</math>, 거짓이면 <math>B=0</math>이다.</li> <li>• 명제 ㄷ이 참이면 <math>C=1</math>, 거짓이면 <math>C=0</math>이다.</li> </ul> </div> <p style="text-align: center;">&lt;보 기&gt;</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>ㄱ. <math>f(1)=1</math>이고 <math>f(2)=2</math>이다.</p> <p>ㄴ. 실수 <math>t</math>의 값이 증가하면 <math>f(t)</math>의 값도 증가한다.</p> <p>ㄷ. 모든 양의 실수 <math>t</math>에 대하여 <math>f(t) \geq t</math>이다.</p> </div>	<p>모든 실수 <math>t</math>에 대하여</p> $t - \log_2 f(t) = 2^{f(t)-t} \quad (f(t) > 0) \text{ 이므로}$ $1 - \frac{f'(t)}{(\ln 2)f(t)} = (\ln 2)(f'(t) - 1)2^{f(t)-t}$ $\Rightarrow 1 + (\ln 2)2^{f(t)-t} = \left\{ (\ln 2)2^{f(t)-t} + \frac{1}{(\ln 2)f(t)} \right\} f'(t)$ $\Rightarrow f'(t) = \frac{1 + (\ln 2)2^{f(t)-t}}{(\ln 2)2^{f(t)-t} + \frac{1}{(\ln 2)f(t)}} > 0 \text{ 이다.}$

**문항 분석**

◆ 선택과목 중 ‘미적분’을 선택한 학생들에게 유리한 문제에 해당함.

문제에 새롭게 정의된 함수  $f(t)$ 는 지수함수와 로그함수를 각각 평행 이동한 그래프의  $x$ 축 좌표로 정의되어 있습니다. 함수  $f(t)$ 의 그래프를 그리기 위해서는 문제에 주어진 로그함수와 지수함수를 연립한 식인  $t - \log_2 f(t) = 2^{f(t)-t} \quad (f(t) > 0)$ 을 풀어서  $f(t)$ 에 대한 식으로 나타낼 수 있어야 합니다. 하지만 함수  $f(t)$ 를 식으로 나타내는 것이 불가능 할 뿐만 아니라 선택과목인 ‘미적분’에서 다루는 로그함수와 지수함수의 미분법을 알지 못한다면 그래프 개형을 유추할 수 없습니다.

함수의 그래프를 그리지 않고도 선택과목 <미적분>에서 다루는 내용인 ‘로그함수와 지수함수의 미분법’을 알면 <보기 ㄴ>에서의 함수  $f(t)$ 의 증감을 쉽게 알 수 있습니다. 하지만 21번 문항은 공통과목(『수학(고등학교)』, 『수학 I』, 『수학 II』)의 출제범위에 해당하는 문제에 해당합니다. 뿐만아니라 공통과목의 문제는 공통과목의 출제범위 내에서 출제되 특정 선택과목 선택자에게 유리한 문제는 지양해야 한다고 한국교육과정평가원이 발표한 자료에 명시되어 있습니다. 따라서 본 문항은 교육과정 성취기준을 벗어난 것 뿐만 아니라 특정 선택과목에게 유리한 문항에 해당되는 것으로 판정됩니다.

※ 교육과정 근거(2015 개정 수학과 교육과정)

고등학교 『미적분』 - 지수함수와 로그함수 미분 - 교육과정 성취기준, 평가 방법 및 유의 사항	
성취기준	[12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.
평가 방법 및 유의사항	<p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.</li> </ul>

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(4) 교육과정 내에서 출제되었더라도 선행학습을 한 학생들이 상대적으로 유리할 수 있는 문항의

출제는 지양해야 함 ■ 사례 다음과 같은 사항에 주의할 필요가 있음

- $\int (ax+b)^3 dx$ 와 같이 <수학II> 수준에서 식을 전개하여 부정적분을 구할 수는 있지만 <미적분>의 치환적분법을 이용하면 더 쉽게 해결할 수 있는 문항을 출제하여 평가함.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행)

■ 공통 21번 문항 - 교육과정 미준수로 판정한 근거(추가)

※ 대학별고사의 선행학습 영향평가 결과 분석 보고서 - 논제 구성 및 교육과정 관련 기준

<표 III-23> 대학별고사(수리논술) 시행 및 교육과정 관련 판단 기준틀

구분		판단 기준
II. 논제 구성 및 교육과정 관련	1. 형식적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 용어가 있는가?
		(2) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 기호가 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 교육과정을 넘어서는 증명 형식이나 서술 형식을 요구하는 경우가 있는가?
	2. 내용적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 내용이 있는가?
		(2) <u>제시문이나 논제에 특정집단에 유불리가 발생할 수 있는 소재가 사용되고 있는가?</u>
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 고등학생의 수학적 사고력을 넘어서는 내용이 있는가?

(출처: 한국교육과정평가원)

■ 선택과목 <미적분> 28번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

<미적분> 28번 문항	<미적분> 28번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>28. 두 상수 <math>a(a &gt; 0)</math>, <math>b</math>에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 <math>f(x)</math>가 다음 조건을 만족시킬 때, <math>a \times b</math>의 값은? [4점]</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>(가) 모든 실수 <math>x</math>에 대하여  <math display="block">\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b</math>                     이다.</p> <p>(나) <math>f(0) = f(2) + 1</math></p> </div> <p>① <math>-\frac{1}{16}</math>    ② <math>-\frac{7}{64}</math>    ③ <math>-\frac{5}{32}</math>    ④ <math>-\frac{13}{64}</math>    ⑤ <math>-\frac{1}{4}</math></p>	<p>조건 (가)에서                      양변에 <math>x=0</math>을 대입하면  <math>\{f(0)\}^2 + 2f(0) = a + b \quad \dots \textcircled{A}</math></p> <p>조건 (가)에서                      양변에 <math>x=2</math>를 대입하면  <math>\{f(2)\}^2 + 2f(2) = a + b \quad \dots \textcircled{B}</math></p> <p><math>\textcircled{A}</math>, <math>\textcircled{B}</math>에서  <math>\{f(0)\}^2 + 2f(0) = \{f(2)\}^2 + 2f(2)</math>  <math>\{f(2) - f(0)\}\{f(2) + f(0) + 2\} = 0</math></p> <p>한편, 조건 (가)에서                      양변에 1을 더하면  <math>\{f(x)\}^2 + 2f(x) + 1 = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b + 1</math>  <math>\{f(x) + 1\}^2 = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b + 1</math></p>

**문항 분석**

◆ 본 문제의 조건 (가)와 조건 (나)에 주어진 식은 대학과정에서 다루는 ‘함수방정식’에 해당함.

조건(가)와 조건(나)에 제시되어 있는 식은 ‘함수방정식’에 해당합니다. ‘함수방정식’은 고교 교육과정에서 다루는 내용이 아니며 대학과정에서 다루는 내용에 해당합니다. 본 문제를 풀기 위해서는 미지수에 숫자를 대입하여 식을 변형하는 등 전형적인 함수방정식의 풀이를 알고 있어야 합니다. 뿐만 아니라 조건(가)에 주어진 식의 형태에도 삼각함수와 지수함수가 복합적으로 합성되어 있어 상당히 복잡한 형태를 취하고 있습니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정의 범위와 수준을 넘어 대학과정의 내용을 포함하는 문항에 해당합니다.

◆ 정답률 2.9%(EBS 제공)

EBS에서 제공한 문항 정답률에 따르면 100명 중 약 3명 정도만 맞추는 고난도 문항에 해당합니다.

※ 대학과정 내용

**대학교재 「함수방정식 이론」**

함수방정식은 미지함수를 포함하는 방정식으로, 예를 들면,  $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 인 관계를 만족하는 연속함수  $f(x)$ 는  $f(x)=kx$ 인데, 이와 같이 그 함수를 구하는 것을 함수방정식을 푼다고 한다.

**5.2 Additive functions**

**함수방정식**

A function<sup>6</sup>  $f : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$  is called *additive* iff it satisfies Cauchy’s functional equation

$$\underline{f(x + y) = f(x) + f(y)} \tag{5.2.1}$$

**13.1 The remaining Cauchy equations**

The following functional equations are also referred to as Cauchy’s equations (Cauchy [41]; cf. also Aczél [5]) **함수방정식**

$$f(x + y) = f(x)f(y), \tag{13.1.1}$$

$$f(xy) = f(x) + f(y), \tag{13.1.2}$$

$$f(xy) = f(x)f(y). \tag{13.1.3}$$

(출처: ‘함수방정식과 부등식 이론 소개’

An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities)

■ 선택과목 <미적분> 28번 문항 - 교육과정 미준수로 판정한 근거(추가)

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(6) 교육과정 밖의 내용은 정규 수업 시간에 지도하였더라도 출제하여 평가할 수 없음

- 정규 수업 시간에 지도한 내용이더라도 교육과정 밖의 내용은 출제할 수 없습니다. 이러한 내용은 문항 내에 단서 조건으로 명확히 제시하여도 출제하여 평가할 수 없습니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

※ 대학별고사의 선행학습 영향평가 결과 분석 보고서 - 논제 구성 및 교육과정 관련 기준

<표 III-23> 대학별고사(수리논술) 시행 및 교육과정 관련 판단 기준틀

구분	판단 기준	
II. 논제 구성 및 교육과정 관련	1. 형식적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 용어가 있는가?
		(2) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 기호가 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 교육과정을 넘어서는 증명 형식이나 서술 형식을 요구하는 경우가 있는가?
	2. 내용적 측면	(1) <u>제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 내용이 있는가?</u>
		(2) 제시문이나 논제에 특정집단에 유불리가 발생할 수 있는 소재가 사용되고 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 고등학생의 수학적 사고력을 넘어서는 내용이 있는가?

(출처: 한국교육과정평가원)

■ 선택과목 <미적분> 29번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

<미적분> 29번 문항	<미적분> 29번 문항 풀이 (EBS 해설지)
<p>29. 세 실수 <math>a, b, k</math>에 대하여 두 점 <math>A(a, a+k), B(b, b+k)</math>가 곡선 <math>C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15</math> 위에 있다. 곡선 <math>C</math> 위의 점 <math>A</math>에서의 접선과 곡선 <math>C</math> 위의 점 <math>B</math>에서의 접선이 서로 수직일 때, <math>k^2</math>의 값을 구하시오. (단, <math>a+2k \neq 0, b+2k \neq 0</math>) [4점]</p>	<p>두 점 <math>A, B</math>에서의 접선이 서로 수직이므로</p> $\frac{k}{a+2k} \times \frac{k}{b+2k} = -1$ $ab + 2(a+b)k + 5k^2 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{A}$ <p>점 <math>A</math>가 곡선 <math>x^2 - 2xy + 2y^2 = 15</math> 즉, <math>(x-y)^2 + y^2 = 15</math> 위의 점이므로</p> $k^2 + (a+k)^2 = 15 \quad \dots\dots \textcircled{B}$ <p>점 <math>B</math>가 곡선 <math>x^2 - 2xy + 2y^2 = 15</math> 즉, <math>(x-y)^2 + y^2 = 15</math> 위의 점이므로</p> $k^2 + (b+k)^2 = 15 \quad \dots\dots \textcircled{C}$

**문항 분석**

◆ 미지수( $a, b, k$ )가 3개인 연립이차방정식'을 다루고 있음 (교육과정 성취기준 미준수)

문제에 주어진 '점A가 곡선C 위의 점', '점B가 곡선C 위의 점', '곡선 C위의 두 점 A와 B에서의 두 접선이 서로 수직'이라는 3가지 조건에 의해 EBS풀이과정에서 확인 할 수 있듯이 3개의 식  $\textcircled{A} ab + 2(a+b)k + k^2 = 0$ ,  $\textcircled{B} k^2 + (a+k)^2 = 15$ ,  $\textcircled{C} k^2 + (b+k)^2 = 15$ 와 같이 미지수가 3개( $a, b, k$ )인 이차방정식이 만들어집니다. 문제에서 구하고자하는  $k^2$ 의 값을 구하기 위해서는 위 3개의 이차방정식을 연립하여 풀어야 합니다. 하지만, 교육과정 성취기준에는 '미지수가 2개인 연립이차방정식을 풀 수 있다.'라고 제시되어 있습니다. 따라서 **고교 교육과정의 범위와 수준 내에서는 미지수가 3개이며 식의 개수가 3개인 연립이차방정식은 다룰 수 없습니다.**

※ 교육과정 근거(2015 개정 수학과 교육과정)

고등학교 「수학」 -연립이차방정식 - 교수·학습 방법 및 유의 사항	
성취기준	[10수학01-13] 미지수가 2개인 연립이차방정식을 풀 수 있다.
평가 방법 및 유의 사항	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>미지수가 2개인 연립이차방정식은 일차식과 이차식이 각각 한 개씩 주어진 경우, 두 이차식 중 한 이차식이 간단히 인수분해 되는 경우만 다룬다.</u></li> </ul>

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(1) 평가 문항은 교육과정을 근거로 출제해야 함

- 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-236호 [별책8])의 성격, 목표, 내용 체계 및 성취 기준, 교수·학습 및 평가의 방향을 준수하여야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

■ 선택과목 <미적분> 29번 문항 - 교육과정 미준수로 판정한 근거(추가)

※ 대학별고사의 선행학습 영향평가 결과 분석 보고서 - 논제 구성 및 교육과정 관련 기준

<표 III-23> 대학별고사(수리논술) 시행 및 교육과정 관련 판단 기준틀

구분	판단 기준	
II. 논제 구성 및 교육과정 관련	1. 형식적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 용어가 있는가?
		(2) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 기호가 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 교육과정을 넘어서는 증명 형식이나 서술 형식을 요구하는 경우가 있는가?
	2. 내용적 측면	(1) <u>제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 내용이 있는가?</u>
		(2) 제시문이나 논제에 특정집단에 유불리가 발생할 수 있는 소재가 사용되고 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 고등학생의 수학적 사고력을 넘어서는 내용이 있는가?

(출처: 한국교육과정평가원)

■ 선택과목 <미적분> 30번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

<미적분> 30번 문항	<미적분> 30번 문항 풀이 (EBS 해설지)	
<p>30. 수열 <math>\{a_n\}</math>은 등비수열이고, 수열 <math>\{b_n\}</math>을 모든 자연수 <math>n</math>에 대하여</p> $b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$ <p>이라 할 때, 수열 <math>\{b_n\}</math>은 다음 조건을 만족시킨다.</p> <p>(가) 급수 <math>\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}</math>은 수렴하고 그 합은 <math>-3</math>이다.</p> <p>(나) 급수 <math>\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}</math>은 수렴하고 그 합은 <math>8</math>이다.</p> <p><math>b_3 = -1</math>일 때, <math>\sum_{n=1}^{\infty}  a_n </math>의 값을 구하시오. [4점]</p>	<p><math>a_1 \leq -1</math> 따라서 <math>b_1 = -1</math>이다. 또한 <math>a_1 \leq -1</math>이므로 <math>0 &lt; r &lt; 1</math>이면 <math>a_n</math>의 모든 항은 음수이므로 주어진 조건을 만족시킬 수 없다. 따라서 <math>-1 &lt; r &lt; 0</math>이다.</p> <p>① <math>a_2 = a_1 r \leq -1</math>일 때 <math>r \geq -\frac{1}{a_1} &gt; 0</math>이므로 모순이다. 따라서 <math>a_2 = a_1 r &gt; -1</math>이므로 <math>b_2 = a_2 = a_1 r</math></p> <p>② <math>b_3 = -1</math>이므로 <math>a_3 = a_1 r^2 \leq -1</math></p> <p>③ <math>a_4 = a_1 r^3 \leq -1</math>일 때 <math>a_4 = a_1 r^3 = a_1 r^2 \times r \geq -r &gt; 0</math> 이므로 모순이다. 즉 <math>a_4 &gt; -1</math>이므로 <math>b_4 = a_4 = a_1 r^3</math></p>	<p>④ <math>a_5 = a_1 r^4 \leq -1</math>일 때 <math>b_5 = -1</math> 인데 <math>b_1 + b_3 + b_5 = -3</math> 이므로 조건 (가)에 의하여 모순이다. <math>b_5 = a_5 = a_1 r^4</math></p> <p>⑤ <math>a_6 = a_1 r^5 &gt; -1</math>이므로 <math>a_6 &gt; -r^2 &gt; -1</math> 따라서 <math>b_6 = a_6 = a_1 r^5</math> 같은 방법으로 생각하면 <math>b_7 = a_7, b_8 = a_8, b_9 = a_9, \dots</math> 이므로 <math display="block">b_n = \begin{cases} -1 &amp; (n=1, n=3) \\ a_1 r^{n-1} &amp; (n=2, n \geq 4) \end{cases}</math></p>

**문항 분석**

- ◆ 수열  $\{b_n\}$ 에 대해  $\{b_{2n-1}\}$ 과  $\{b_{2n}\}$ 은 대학과정에서 다루는 ‘부분 수열’과 관련된 기호표현에 해당함  
수열  $\{b_n\}$ 에 대해 수열  $\{b_{2n-1}\}$ 은 홀수항 수열을 의미하는 것이며, 수열  $\{b_{2n}\}$ 은 짝수항 수열을 의미하는 것입니다.  
이와 같이 하나의 수열을 두 수열로 나누는 것을 다루는 것은 고교 교육과정에서 다룰 수 있는 기호표현이 아니며 대학과정(대학전공수학 교재인 『해석학』)에서 다루는 기호 표현에 해당합니다.
- ◆ 부등식의 성질을 이용하여 수열  $\{b_n\}$ 을 구하는 과정이 지나치게 복잡함 (교육과정 평가 방법 및 유의 사항)  
수열  $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정에서 상당히 많은 경우의 수를 생각해야 할 뿐만 아니라 각각의 경우에 따라 부등식의 성질을 이용해야 해서 수열  $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정이 상당히 복잡하다. 고교 교육과정의 급수의 합과 관련하여 평가방법 및 유의사항에서는 ‘급수의 합의 계산에서는 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.’라고 되어 있으나 미적분 30번 문항은 이를 준수하지 않고 출제된 것으로 판정됩니다.

※ 대학과정 내용

**대학교재 『해석학』 - 부분 수열**

**정의 3.1.15** | 부분수열

$\{a_n\}$ 이 정의역  $D$ 를 갖는 수열이고  $\{n_k\}$ 가 공역이  $D$ 인 순증가수열이라고 하자. [즉  $j < k$ 일 때  $n_j < n_k$ 라고 하자.] 이때 두 수열을 합성하여 만든 수열  $\{a_{n_k}\}$ 를  $\{a_n\}$ 의 부분수열(subsequence)이라고 부른다.

※ 교육과정 근거(2015 개정 수학과 교육과정)

**고등학교 『수학 I』, 『미적분』 - 수열, 급수의 기호표현 - 학습요소, 평가 방법 및 유의 사항**

급수와 관련된 교육과정 학습요소	<ul style="list-style-type: none"> <li>수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법 <math>a_n, \{a_n\}, \sum_{k=1}^n a_k</math></li> </ul>
교육과정 평가방법 및 유의사항	<ul style="list-style-type: none"> <li>급수의 합의 계산에서는 일반항이 등차수열과 등비수열의 곱으로 표현되는 경우와 같이 <u>지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.</u></li> </ul>

■ 미적분 30번 문항 - 교육과정 미준수로 판정한 근거(추가)

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

- (6) 교육과정 밖의 내용은 정규 수업 시간에 지도하였더라도 출제하여 평가할 수 없음  
 - 용어와 기호 또한 교육과정의 학습 요소에서 제시한 범위를 벗어나는 내용은 출제하지 않아야 하며  
 새로운 용어와 기호를 문제에서 정의하고 출제하는 것도 지양해야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

※ 대학별고사의 선행학습 영향평가 결과 분석 보고서 - 논제 구성 및 교육과정 관련 기준

<표 III-23> 대학별고사(수리논술) 시행 및 교육과정 관련 판단 기준틀

구분		판단 기준
II. 논제 구성 및 교육과정 관련	1. 형식적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 용어가 있는가?
		(2) <u>제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 기호가 있는가?</u>
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 교육과정을 넘어서는 증명 형식이나 서술 형식을 요구하는 경우가 있는가?
	2. 내용적 측면	(1) 제시문이나 논제에 교육과정을 넘어서는 내용이 있는가?
		(2) 제시문이나 논제에 특정집단에 유불리가 발생할 수 있는 소재가 사용되고 있는가?
		(3) 논제를 해결하는 과정에서 고등학생의 수학적 사고력을 넘어서는 내용이 있는가?

(출처: 한국교육과정평가원)