

#붙임 : 교육과정을 벗어난 것으로 판정된 근거 (요약)

※ 교육과정의 범위와 수준을 벗어난 것으로 판정되는 문제의 유형은 크게 세 가지로 나눌 수 있습니다.

- ① 교육과정 성취기준에 명시된 사항을 벗어난 경우
- ② 교육과정 성취기준에 명시되지 않은 내용을 출제한 경우
- ③ 출제범위를 벗어나거나 대학과정의 내용을 출제한 경우

| 영역 | 과목구분 | 문항번호 | 위반 유형 | | | 교육과정을 벗어난 것으로 판정한 근거 | 정답율 (EBS) | 비율 |
|-----------|------|-----------|-------|---|---|---|--------------|-----------------|
| | | | ① | ② | ③ | | | |
| 수학 | 공통 | 10 (객) | ● | | | <ul style="list-style-type: none"> ◆ [풀이과정] 삼차함수의 접선에 관한 공식(교육과정 벗어남) ◆ [풀이과정] 미지수가 3개인 연립일차방정식(교육과정 벗어남) | 52.8% | 15.2% (7/46) |
| | | 12 (객) | | | ● | <ul style="list-style-type: none"> ◆ [풀이과정] 수열의 첫 항을 $4k, 4k-1, 4k-3, 4k-4$ 경우로 나눈 것 (대학과정 '정수론' 내용) | 41.2% | |
| | | 15 (객) | ● | | | <ul style="list-style-type: none"> ◆ [문제] 분모 분자가 이차 이상의 다항식인 유리식(교육과정 벗어남) $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+1)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$ ◆ 함수의 극한을 구하는 과정에 불필요한 과정이 포함 (교육과정 벗어남) | 23.4% | |
| | | 21 (주) | ● | | | <ul style="list-style-type: none"> ◆ [문제] $\sum_{k=1}^7 S_k$ 기호(교육과정을 벗어남) - 교육과정에서 다루지 않는 기호 표현 사용으로 계산 실수 유발 | 11.9% | |
| | | 22 (주) | ● | | | <ul style="list-style-type: none"> ◆ [풀이과정] '부분적분법'을 알고 있는 『미적분』 선택자에게 유리한 문항 | 11.5% | |
| | 미적분 | 28 (객) | ● | | | <ul style="list-style-type: none"> ◆ [문제] 절댓값이 포함된 삼각함수 $f(x) = \begin{cases} 2 \sin 4x & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$ (교육과정 벗어남) ◆ [문제] 절댓값이 포함된 함수 $g(x) = \left \int_{-a\pi}^x f(t)dt \right$의 미분가능성 (교육과정 벗어남) | 17.4% | |
| | | 30 (주) | ● | | | <ul style="list-style-type: none"> ◆ [풀이과정] 도형과 미분의 개념이 연결되어 있어 미분 과정(음함수 미분)에서 지나치게 복잡한 계산과정이 포함됨(교육과정 벗어남) | 10.2% | |
| 총계 (개) | 7 | 6 | 0 | 1 | | | 15.2% | |

※ 문항번호 아래의 '객'은 객관식 문항, '주'는 주관식 문항을 말합니다.

※ 각 문항별로 구체적인 판정 근거는 다음 쪽부터 제시되어 있습니다.

■ 공통 10번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

| 10번 문항 | 10번 문항 풀이 (EBS 해설지) |
|---|---|
| <p>10. <u>최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여</u> <u>곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$에서의 접선과</u> <u>곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$에서의 접선이</u> <u>점 $(1, 3)$에서 만날 때, $f(0)$의 값은?</u> [4점]</p> <p>① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39</p> | <p>곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$에서의 접선이 점 $(1, 3)$을 지나므로</p> <p style="border: 1px solid red; padding: 2px;">$f(x)-3=(x-a)(x-2)^2$</p> <p>$f(x)=(x-a)(x-2)^2+3$ (단, a는 상수)</p> |

문항 분석

- ◆ ‘삼차함수의 접선에 관한 공식(EBS 해설지)’을 이용하여 푸는 것은 **교육과정에서 다루지 않음**. 삼차함수의 접선과 접선이 지나는 점을 이용하여 삼차함수식을 곧바로 유도하는 과정(접선공식)은 공교육 과정에서 다루지 않는 내용입니다. 이는 고등학교 수학 교과서에서도 찾아볼 수 없을 뿐 아니라 교과 교육과정에서 다루지 않습니다.
 - ◆ ‘삼차함수의 접선 공식(EBS 해설지)’을 이용하지 않고 풀이하는 방법 외에도 ‘미지수가 3개인 연립일차방정식’이 이용하는 풀이방법이 있음. 하지만, ‘미지수가 3개인 연립일차방정식’은 **현 교육과정(2015 개정 수학과 교육과정)에서 삭제되었음**.
- 삼차함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이므로 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c 는 실수)로 나타낼 수 있습니다. 이를 이용하면 ① $-8a + b + c = -25$, ② $4a + 2b + c = -8$, ③ $4a + b = -12$ 와 같은 ‘미지수가 3개인 연립일차방정식’이 만들어집니다. 하지만, 미지수가 3개인 연립일차방정식은 **현 교육과정(2015 개정 교육과정)에서 삭제된 내용**입니다.

※ 교육과정 근거

| 2007 개정 수학과 교육과정(이전 교육과정 내용) | |
|------------------------------|---|
| 성취기준 | <p>⑦ 고차방정식과 연립방정식</p> <p>① 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다.</p> <p>② <u>미지수가 3개인 연립일차방정식</u>과 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다.</p> |
| 2015 개정 수학과 교육과정(현 교육과정 내용) | |
| 성취기준 | <p>④ 일차부등식과 연립일차방정식</p> <p>[9수02-09] 부등식과 그 해의 의미를 알고, 부등식의 성질을 이해한다.</p> <p>[9수02-10] 일차부등식을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</p> <p>[9수02-11] <u>미지수가 2개인 연립일차방정식</u>을 풀 수 있고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.</p> |

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

| |
|---|
| <p>(1) 평가 문항은 교육과정을 근거로 출제해야 함</p> <p>- 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-236호 [별책8])의 성격, 목표, 내용 체계 및 <u>성취 기준, 교수·학습 및 평가의 방향을 준수</u>하여야 합니다. (출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)</p> |
|---|

※ 지난 수능 기출문제 중 ‘삼차방정식의 접선 공식’을 이용하는 문제

| 2005년도 수능 6월 모의평가 수학영역 10번 (평가원) | 2011년도 수능 6월 모의평가 수학영역 12번 (평가원) |
|--|--|
| <p>10. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. $h(x)=f(x)-g(x)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]</p> <p style="text-align: center;"><보 기></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>ㄱ. $h(x_1)=h(x_2)$를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2가 존재한다.</p> <p>ㄴ. $h(x)$는 $x=a$에서 극소이다.</p> <p>ㄷ. 부등식 $h(x) < \frac{1}{100}$의 해는 항상 존재한다.</p> </div> | <p>12. 서로 다른 두 실수 α, β가 사차방정식 $f(x)=0$의 근일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]</p> <p style="text-align: center;"><보 기></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>ㄱ. $f'(\alpha)=0$이면 다항식 $f(x)$는 $(x-\alpha)^2$으로 나누어 떨어진다.</p> <p>ㄴ. $f'(\alpha)f'(\beta)=0$이면 방정식 $f(x)=0$은 허근을 갖지 않는다.</p> <p>ㄷ. $f'(\alpha)f'(\beta)>0$이면 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.</p> </div> |

■ 공통 12번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

| 12번 문항 | 12번 문항 풀이 (EBS 해설지) | |
|--|--|--|
| 12. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$ 를 만족시킬 때, $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점] | 자연수 k 에 대하여 (i) <u>$a_1 = 4k$일 때,</u> a_1 은 짝수이므로 | (ii) <u>$a_1 = 4k - 1$일 때,</u> a_1 은 홀수이므로 |
| | (iii) <u>$a_1 = 4k - 2$일 때,</u> a_1 은 짝수이므로 | (iv) <u>$a_1 = 4k - 3$일 때,</u> a_1 은 홀수이므로 |

문항 분석

◆ 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대해서 첫째항 a_1 을 $4k, 4k-1, 4k-2, 4k-3$ (k 는 자연수)로 두고 각각을 경우를 나누어 계산하는 과정은 대학전공 수학교재인 <정수론> 교재에서 다루는 기법임.

대학전공 수학 「정수론」

보기 1.3.2 고정된 양의 정수 m 에 대하여 임의의 정수 a 는

$$a = mk + r \quad (k \text{는 정수, } 0 \leq r < m)$$

와 같은 꼴로 나타내어지고, 따라서 정수를 m 으로 나누었을 때의 나머지는 $0, 1, \dots, m-1$ 중의 하나이다.

특히, 정수 a 가 적당한 정수 k 에 대하여 $a = 2k$ 의 꼴일 때 a 를 짝수 (even number)라 하고, 적당한 정수 k 에 대하여 $a = 2k + 1$ 의 꼴일 때 a 를 홀수(odd number)라고 한다. 예를 들면, $-4, -2, 0, 2, 4$ 는 짝수이고 $-3, -1, 1, 3, 5$ 는 홀수이다.

마찬가지로, 정수 a 는 적당한 정수 k 에 대하여 $4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3$ 의 꼴로 나타내어진다.

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(6) 교육과정 밖의 내용은 정규 수업 시간에 지도하였더라도 출제하여 평가할 수 없음

- 정규 수업 시간에 지도한 내용이더라도 교육과정 밖의 내용은 출제할 수 없습니다. 이러한 내용은 문항 내에 단서 조건으로 명확히 제시하여도 출제하여 평가할 수 없습니다.
- 용어와 기호 또한 교육과정의 학습 요소에서 제시한 범위를 벗어나는 내용은 출제하지 않아야 하며 새로운 용어와 기호를 문제에서 정의하고 출제하는 것도 지양해야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

■ 공통 15번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

| 15번 문항 | 15번 문항 풀이 (EBS 해설지) |
|--|--|
| <p>15. 최고차항의 계수가 1인 <u>삼차함수</u> $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를</p> $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$ <p>이라 하자. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$ 일 때, $g(5)$의 값은? [4점]</p> <p>① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22</p> | <p>$f(x) = (x-3)(x-6)(x-k)$ (k는 상수) 이 식을 ㉠에 대입하면</p> $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x-3)(x+3-k)\{(x-3)(x-6)(x-k)+1\}}{(x-3)(x-6)(x-k)}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+3-k)\{(x-3)(x-6)(x-k)+1\}}{(x-6)(x-k)}$ |

문항 분석

◆ 함수 $g(x)$ 에 정의되어 있는 유리함수의 표현은 교육과정을 벗어남

15번 문항은 함수의 극한과 연속의 정의를 이용해서 해결하는 문제입니다. 문제에서 함수 $f(x)$ 는 삼차함수로 정의되어 있어 함수 $g(x)$ 에서 $f(x) \neq 0$ 일 때 정의되어 있는 유리식은 분모 분자에 이차이상의 함수로 구성된 유리식임을 알 수 있습니다.(EBS해설지 참고)

하지만, 교육과정에서는 함수의 극한과 연속에 대한 평가 시 ‘복잡한 함수나 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않으며, 유리함수에서는 분모 분자가 일차 이하의 다항식으로 된 것만 다룰 수 있으며 이차 이상의 다항식은 다룰 수 없다.’라고 명시되어 있습니다.

※ 교육과정 근거

| 2015 개정 수학과 교육과정 - 평가 방법 및 유의 사항 | |
|----------------------------------|---|
| 수학 II | <p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> 함수의 극한과 연속에 대한 평가에서는 함수의 극한과 연속의 뜻과 성질에 대한 이해 여부를 평가하는 데 중점을 두고, <u>복잡한 합성함수나 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.</u> |
| 고등학교 공통 수학 | <p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> 함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해를 평가할 때 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다. <u>유리함수와 무리함수는 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 및 $y = \sqrt{ax+b} + c$의 기본적인 형태를 중심으로 간단한 문제만 다룬다.</u> |
| 2015 개정 교육과정 교수학습자료 | <p>2015 개정 수학과 교육과정에서는 학생들의 학습 부담 경감을 위해 <u>유리함수는 분모와 분자가 일차 이하인 다항식만 다루고 무리함수는 $y = \pm \sqrt{ax}$에서 평행이동한 꼴만 다룬다.</u> 따라서 <u>분모나 분자에 이차 이상의 다항식이 있는 유리함수나 근호 안에 이차 이상의 다항식이 있는 무리함수, c에 다항식이 있는 경우 등은 다루지 않는다.</u> 무리함수의 기본적인 형태를 벗어난 문제의 유형은 다음과 같다.</p> |

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(3) 문항 출제 시 교육과정 문서에 제시된 교수·학습 방법 및 유의 사항, 평가 방법 및 유의 사항을 준수해야 함

- 교수·학습 방법 및 유의 사항을 숙지하여 내용 수준 및 범위를 준수합니다.
- 평가 방법 및 유의 사항을 숙지하고, 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않아야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

■ 공통 21번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

| 21번 문항 | 21번 문항 풀이 (EBS 해설지) |
|--|--|
| <p>21. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. a_7이 13의 배수이고 $\sum_{k=1}^7 S_k = 644$일 때, a_2의 값을 구하시오. [4점]</p> | <p>등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공차를 d라 하자. 수열 $\{a_n\}$의 모든 항이 자연수이므로 a는 자연수이고 d는 0 이상의 정수이다.</p> <p>$28a + 56d = 644$에서 $a + 2d = 23 \dots\dots \textcircled{\ominus}$ a_7이 13의 배수이므로 자연수 m에 대하여 $a + 6d = 13m \dots\dots \textcircled{\textcircled{L}}$</p> |

문항 분석

◆ 수열의 합 $\sum_{k=1}^7 S_k$ 기호 표현은 교육과정을 벗어나는 기호표현임

문제에서 사용된 수열의 합 기호표현은 고교 교육과정에서 다루는 기호표현이 아닙니다. 고교 교육과정에는 $\sum_{k=1}^n a_k$ 로 표현되어 있습니다. 교육과정에서 다루지 않는 기호표현을 사용해 학생들의 계산 실수를 유도하는 문제입니다.

◆ 수열의 합과 관련된 교육과정 성취기준과 상관없는 ‘부정방정식’의 풀이를 강요하고 있음

본 문제는 ‘ a_7 이 13의 배수’를 라는 조건과 ‘ $\sum_{k=1}^7 S_k = 644$ ’라는 조건을 이용하여 해결하는 문제에 해당합니다. 본 문제는 수열의 합과 관련된 문제로 교육과정 성취기준 ‘[12수학 I 03-04] Σ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고 이를 활용할 수 있다.’와 ‘[12수학 I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.’와 관련이 있습니다. 하지만— 본 문제에 주어진 조건인 ‘ a_7 이 13의 배수’과 ‘ $\sum_{k=1}^7 S_k = 644$ ’라는 조건에서 두 개의 ‘부정방정식’이 등장합니다. ‘수열’과 관련된 계산보다 ‘부정방정식’의 해법을 강조하는 것은 교육과정의 성취기준을 벗어나입니다.

※ 교육과정 근거

| 2015 개정 수학과 교육과정(현 교육과정 내용) | |
|-----------------------------|---|
| 학습요소 | <p>(가) 학습 요소</p> <ul style="list-style-type: none"> 수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법, $a_n, \{a_n\}, \sum_{k=1}^n a_k$ |
| 성취기준 | <p>㉔ 수열의 합</p> <p>[12수학 I 03-04] Σ의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> <p>[12수학 I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다.</p> |

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(1) 평가 문항은 교육과정을 근거로 출제해야 함

- 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-236호 [별책8])의 성격, 목표, 내용 체계 및 성취 기준, 교수·학습 및 평가의 방향을 준수하여야 합니다.

- 용어와 기호 또한 교육과정의 학습 요소에서 제시한 범위를 벗어나는 내용은 출제하지 않아야 하며 새로운 용어와 기호를 문제에서 정의하고 출제하는 것도 지양해야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

■ 공통 22번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

| 22번 문항 | 22번 문항 풀이 (EBS 해설지) |
|--|--|
| <p>22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하고 $g(x)$의 한 부정적분을 $G(x)$라 할 때, 이 함수들은 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>(가) $\int_1^x f(t) dt = xf(x) - 2x^2 - 1$</p> <p>(나) $f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1$</p> </div> <p>$\int_1^3 g(x) dx$의 값을 구하시오. [4점]</p> | <p>한편, 조건 (나)에서 $f(x)G(x) + F(x)g(x) = \{F(x)G(x)\}'$ 이므로 양변을 x에 대하여 적분하면 $F(x)G(x) = 2x^4 + x^3 + x + C_3$ (C_3은 적분 상수)로 놓을 수 있다.</p> |

문항 분석

◆ ‘부분적분법’을 알고 있는 『미적분』 선택자에게 유리한 문항

해당 문항은 공통 22번 문항으로 고등학교 공통수학, 수학 I, 수학 II가 출제영역입니다. 하지만 문제에 주어진 조건(나)를 이용하여 적분하는 과정에서 ‘곱의 미분법’을 이용해야 합니다. 적분을 이용한 ‘곱의 미분법’은 『미적분』 선택과목에서 다루는 ‘부분적분법’을 이해한 학생은 손쉽게 해결할 수 있습니다. 따라서 22번 문항은 공통 문항의 출제 범위에 해당하지만 『미적분』 선택자에게 유리한 문항에 해당합니다. 따라서 『확률과 통계』를 선택하거나 『기하』를 선택한 학생들에게는 『수학 II』의 내용에 있는 ‘곱의 미분법’을 알고 있더라도 이를 이용하여 보기(나)를 이해하기에는 어려움이 많습니다.

※ 교육과정 근거

| 2015 개정 수학과 교육과정(현 교육과정 내용) | |
|-----------------------------|---|
| <p>수학 II 성취기준</p> | <p>㉒ 도함수 [12수학 II 02-04] 함수 $y = x^n$ (n은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다. [12수학 II 02-05] 함수의 실수배, 합, 차, <u>곱의 미분법</u>을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.</p> |
| <p>미적분 성취기준</p> | <p>㉑ 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적03-02] <u>부분적분법</u>을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p> |

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

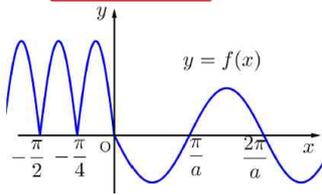
(4) 교육과정 내에서 출제되었더라도 선행학습을 한 학생들이 상대적으로 유리할 수 있는 문항의 출제는 지양해야 함

- 예를 들어 〈수학 II〉의 다항함수의 미분과 적분 등에서 출제한 문항이 〈미적분〉에서 다루는 합성 함수의 미분법이나 치환적분법 등을 이용하여 해결할 때 더 유리하지 않도록 유의해야 합니다. 〈수학〉에서 경우의 수에 관련된 평가 문항이 〈확률과 통계〉에서 다루는 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열, 중복 조합 등을 이용하여 해결할 때 더 유리한 경우도 마찬가지로 출제를 지양하여야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)

■ 미적분 28번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

| 미적분 28번 문항 | 미적분 28번 문항 풀이 (EBS 해설지) |
|---|---|
| <p>28. 실수 $a(0 < a < 2)$에 대하여 함수 $f(x)$를</p> $f(x) = \begin{cases} 2 \sin 4x & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$ <p>이라 하자. 함수</p> $g(x) = \left \int_{-a\pi}^x f(t) dt \right $ <p>가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, a의 최솟값은? [4점]</p> <p>① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$</p> | <p>함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같다.</p>  <p>따라서 함수 $g(x)= F(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하려면 $F(k)=0$인 실수 k가 존재하지 않거나 $F(k)=0$인 모든 실수 k에 대하여 $F'(k)=f(k)=0$이어야 한다.</p> |

문항 분석

- ◆ ‘절댓값이 포함된 함수의 그래프’를 그리는 것은 교육과정에서 벗어남
미적분 28번 문항을 해결하기 위해서는 문제에 주어진 함수 $f(x)$ 의 그래프를 그릴 수 있어야 하며 함수 $f(x)$ 에는 절댓값이 포함된 삼각함수가 포함되어 있습니다. 하지만, 교육과정에서는 절댓값이 포함된 함수의 그래프를 그리는 것은 다루지 않으며, ‘절댓값이 포함된 삼각함수를 포함한 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.’라고 명시되어 있습니다.
- ◆ ‘절댓값이 포함된 함수의 미분가능성’은 교육과정에서 벗어남
미적분 28번에 정의된 함수 $g(x)$ 는 절댓값이 포함된 함수로 실수 전체의 집합에서 미분가능하다는 조건이 제시되어 있습니다. 하지만 교육과정 내에서는 ‘절댓값이 포함된 함수의 미분가능성’에 대한 내용은 다루지 않습니다. 또한 문제를 해결하는 과정에서 ‘절댓값이 포함된 함수가 실수전체에서 미분가능하면 $F(k)=0$ 인 실수 k 가 존재하지 않거나 $F(k)=0$ 인 모든 실수 k 에 대하여 $F'(k)=f(k)=0$ 이어야 한다.’라는 개념을 사용해야 하는데 이것은 고등학교 교과서와 교육과정에서 다루지 않는 내용입니다. 따라서 미분가능성에 대한 교육과정 평가 방법 및 유의 사항을 벗어나는 것입니다.

※ 교육과정 근거

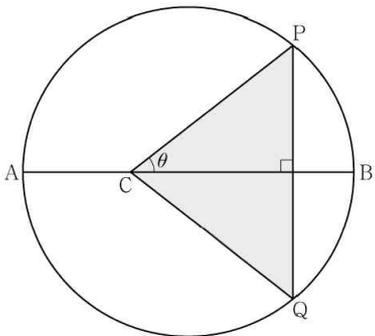
| 2015 개정 수학과 교육과정 - 평가 방법 및 유의 사항 | |
|----------------------------------|--|
| 수학 I | <p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> 삼각함수와 그 그래프의 성질에 대한 평가에서는 기본적인 삼각함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해 능력을 평가하는 데 중점을 두고, 복잡한 합성함수나 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 삼각함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다. |
| 수학 II | <p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> 미분가능성과 연속성의 관계에 대한 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다. |
| 2015 개정 교육과정 교수학습자료 | <p>이 문항은 절댓값이 포함된 삼각함수와 가우스기호가 포함된 삼각함수를 포함한 방정식의 해를 구하는 문제이다. 가우스기호를 풀기 위해 x의 범위를 고려해야 하고, 그에 따라 절댓값이 포함된 삼각함수의 방정식을 풀고, 해가 범위에 맞는지 확인해야 하는 복잡한 수준의 문제이다. 이와 같이 절댓값과 가우스기호가 포함된 복잡한 삼각함수를 포함하는 문제는 지양한다.</p> |

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

| |
|---|
| <p>(3) 문항 출제 시 교육과정 문서에 제시된 교수·학습 방법 및 유의 사항, 평가 방법 및 유의 사항을 준수해야 함</p> <ul style="list-style-type: none"> 교수·학습 방법 및 유의 사항을 숙지하여 내용 수준 및 범위를 준수합니다. 평가 방법 및 유의 사항을 숙지하고, 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않아야 합니다. <p style="text-align: right;">(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)</p> |
|---|

■ 미적분 30번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

| 미적분 30번 문항 | 미적분 30번 문항 풀이 (EBS 해설지) |
|--|--|
| <p>30. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에 $\overline{AC}=4$인 점 C가 있다. 이 원 위의 점 P를 $\angle PCB=\theta$가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $-7 \times S'(\frac{\pi}{4})$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]</p>  | $x^2 - 2x \cos \theta - 24 = 0 \dots \textcircled{7}$ <p>⑦을 θ에 대하여 미분하면</p> $2x \frac{dx}{d\theta} - 2 \cos \theta \frac{dx}{d\theta} + 2x \sin \theta = 0$ <hr/> $S(\theta) = x^2 \sin \theta \cos \theta$ <p>이 식의 양변을 θ에 대하여 미분하면</p> $\frac{dS(\theta)}{d\theta} = 2x \frac{dx}{d\theta} \sin \theta \cos \theta + x^2 \cos^2 \theta - x^2 \sin^2 \theta$ |

문항 분석

◆ 미분하는 과정에서 지나치게 복잡한 계산과정이 포함되어 있음

미적분 30번 문제는 ‘삼각함수의 미분법’과 ‘음함수 미분법’을 이용하는 문제입니다. 하지만 이 두 미분법을 알고 있더라도 추가적으로 ‘다항함수 미분법’, ‘함수의 곱의 미분법’, ‘합성함수의 미분법’을 알고 있어야 미분을 할 수 있어 그 과정이 상당히 복잡합니다. 교육과정에서도 이렇게 ‘복잡한 문항은 지양한다.’라고 명시되어 있습니다.

미적분 30번 문제와 같이 ‘도형’과 ‘미분’의 개념이 섞여 있는 문제는 학생들에게 생소한 문제이며 특히 ‘음함수의 미분’을 이용하는 과정이 복잡하여 학생들로 하여금 계산실수를 유발하는 문제에 해당합니다.

※ 교육과정 근거

| 2015 개정 수학과 교육과정 - 평가 방법 및 유의 사항 | |
|----------------------------------|--|
| 미적분 | <p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다. |
| 2015 개정 교육과정 교수학습자료 | <p>구체적인 여러 가지 함수의 예를 통해 여러 가지 미분법을 이해하고 이를 능숙하게 활용할 수 있게 할 필요가 있다. 또 도함수의 다양한 활용을 통해 미분의 유용성과 가치를 인식하게 할 필요가 있다. 그러나 <u>지나치게 복잡한 함수를 포함하거나 지나치게 복잡한 상황을 포함하는 문제는 오히려 학생들의 학습 부담을 가중시키고, 수학과 수학학습에 대한 부정적인 태도를 야기할 수 있다.</u> 이런 점을 고려하여 <u>여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않도록 유의할 필요가 있다.</u> 지나치게 복잡한 문제의 예시는 다음과 같다.</p> |

※ 선행교육 예방을 위한 교과별 안내자료(수학) - 평가 시 유의사항

(3) 문항 출제 시 교육과정 문서에 제시된 교수·학습 방법 및 유의 사항, 평가 방법 및 유의 사항을 준수해야 함

- 교수·학습 방법 및 유의 사항을 숙지하여 내용 수준 및 범위를 준수합니다.
- 평가 방법 및 유의 사항을 숙지하고, 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않아야 합니다.

(출처: 한국교육과정평가원, 2021년 5월 발행.)