

#붙임 : 교육과정을 벗어난 것으로 판정된 근거 (요약)

교육과정 미준수 문항 판정 기준	
유형 ①	교육과정 성취기준 또는 평가기준에 명시된 내용을 벗어난 경우 (교육과정에 명시된 내용: 교육과정 성취기준, 학습요소, 교수학습방법 및 유의사항, 평가 방법 및 유의사항)
유형 ②	교육과정 성취기준 또는 평가기준에 명시되지 않은 내용을 출제한 경우 (교육과정에 명시되지 않는 내용: 이전 교육과정의 내용, 현 교육과정에서 다루지 않는 내용)
유형 ③	대학과정의 내용이 포함된 경우 (대학과정의 내용: 대학교재에서 다루는 수학용어·기호, 공식, 개념, 성질)

영역	과목구분	문항번호	미준수 유형			교육과정을 벗어난 것으로 판정한 근거	정답율 (EBS)	비율
			유형 ①	유형 ②	유형 ③			
수학	공통	20 (주)	●			<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ (교육과정 평가 방법 및 유의사항 미준수) 삼각함수 그래프 이해보다 '집합'에 대한 이해가 우선시 됨.</li> <li>♦ (교육과정 성취기준 범위와 수준을 벗어남) 세 유한집합 A, B, C의 합집합의 원소의 개수인 <math>n(A \cup B \cup C)</math>를 구하는 것은 교육과정 성취기준을 벗어나는 것임.</li> </ul>	15.9%	8.7% (4/46)
		22 (주)	●			<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ (교육과정 학습요소-용어와 기호의 범위를 벗어남) <math>a\sqrt{n}</math> 기호는 교육과정 학습요소에서 다루지 않는 기호 표현임.</li> <li>♦ (교육과정 성취기준 범위와 수준을 벗어남) 문제에 주어진 수열의 표현은 귀납적으로 정의된 수열에 해당하지 않음.</li> </ul>	5.3%	
	미적분	28 (주)	●			<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ (교육과정 평가 방법 및 유의 사항 미준수) '역함수 미분법'과 '합성함수의 미분법'을 복합적으로 다루고 있어 미분하는 과정이 상당히 복잡함.</li> </ul>	48.1%	
		30 (주)	●		●	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ (교육과정 교수·학습 방법 및 유의 사항 미준수) 삼각함수가 포함된 방정식에 구간이 제한되어 있지 않음.</li> <li>♦ (대학과정의 내용을 알면 유리한 문항) 대학에서 배우는 '수열에 대한 단조수렴정리'를 알고 있으면 더 유리함.</li> </ul>	4%	
총계 (개)		4 (①)	4	0	1			8.7% (②)

※ 문항 번호 아래의 '객'은 객관식 문항, '주'는 주관식 문항을 말합니다.  
 ※ '미준수 문항 비율(②)'는 수학영역 전체 문항 수(46개) 중 교육과정 미준수 문항 수(①)의 비율임.  
 ※ 각 문항별로 구체적인 판정 근거는 다음 쪽부터 제시되어 있습니다.

■ 공통 20번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

20번 문항
<p>20. 5 이하의 두 자연수 <math>a, b</math>에 대하여 열린구간 <math>(0, 2\pi)</math>에서 정의된 함수 <math>y = a\sin x + b</math>의 그래프가 직선 <math>x = \pi</math>와 만나는 점의 집합을 <math>A</math>라 하고, 두 직선 <math>y = 1, y = 3</math>과 만나는 점의 집합을 각각 <math>B, C</math>라 하자. <math>n(A \cup B \cup C) = 3</math>이 되도록 하는 <math>a, b</math>의 순서쌍 <math>(a, b)</math>에 대하여 <math>a+b</math>의 최댓값을 <math>M</math>, 최솟값을 <math>m</math>이라 할 때, <math>M \times m</math>의 값을 구하시오. [4점]</p>

**문항 분석**

- ◆ 삼각함수 그래프 이해보다 ‘집합’에 대한 이해가 우선시됨  
삼각함수의 그래프와 성질에 대한 내용을 평가하는 문항으로, 주어진 구간에서 삼각함수의 최댓값과 최솟값을 이용하는 문제에 해당합니다. 삼각함수 그래프와 관련된 교육과정 평가 방법 및 유의 사항에는 '삼각함수와 그 그래프의 성질에 대한 평가에서는 기본적인 삼각함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해 능력을 평가하는 데 초점을 둔다.'라고 제시되어 있습니다. 하지만 이 문제를 해결하기 위해서는 집합과 원소의 개수와 관련된 내용을 이해하고 있어야 하므로, 교육과정에서 명시하고 있는 기본적인 삼각함수의 그래프와 성질을 평가하는 데 중점을 두고 있다고 보기 어렵습니다.
- ◆ 세 유한집합의 합집합 원소의 개수는 교육과정에서 다루는 내용이 아님.  
더 나아가, 세 유한집합의 합집합의 원소의 개수와 관련된 내용은 교육과정의 성취기준을 벗어나는 것에 해당합니다. 교육과정 성취 기준에는 '[10수학 03-02] 두 집합 사이의 포함 관계를 이해한다.'라고 명시되어 있으며 세 집합 사이의 관계나 원소의 개수를 구하는 것은 다루지 않습니다.

※ 교육과정 근거

2015 개정 수학과 교육과정(현 교육과정 내용)	
교육과정 성취기준 [집합]	<p>㉠ 집합</p> <p>[10수학03-01] 집합의 개념을 이해하고, 집합을 표현할 수 있다.</p> <p>[10수학03-02] 두 집합 사이의 포함 관계를 이해한다.</p> <p>[10수학03-03] 집합의 연산을 할 수 있다.</p>
고등 <수학> 교과서 [두 집합의 원소 개수]	<p>일반적으로 두 유한집합 <math>A, B</math>에 대하여</p> <div style="text-align: center; background-color: #ffffcc; padding: 5px;"> <math display="block">n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)</math> </div> <p>가 성립한다. 특히 <math>A, B</math>가 서로소이면 <math>n(A \cup B) = n(A) + n(B)</math>이다.</p>
교육과정 평가 방법 및 유의사항 [삼각함수]	<p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 삼각함수와 그 그래프의 성질에 대한 평가에서는 기본적인 삼각함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해 능력을 평가하는 데 중점을 두고, 복잡한 합성함수나 절댓값이 여러 개 포함된 함수와 같이 지나치게 복잡한 삼각함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.</li> </ul>

■ 공통 22번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

20번 문항	20번 문항 해설(EBS)
<p>22. 수열 <math>\{a_n\}</math>은</p> $a_2 = -a_1$ <p>이고, <math>n \geq 2</math>인 모든 자연수 <math>n</math>에 대하여</p> $a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n} \text{이 자연수이고 } a_n > 0 \text{인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$ <p>를 만족시킨다. <math>a_{16} = 1</math>이 되도록 하는 모든 <math>a_1</math>의 값의 곱을 구하시오. [4점]</p>	<p>i) <math>a_9 &gt; 0</math>일 때</p> <p>i -1) <math>a_4 &gt; 0</math>일 때</p> <p>i -2) <math>a_4 \leq 0</math>일 때</p> <p>ii) <math>a_9 \leq 0</math>일 때</p> <p>ii -1) <math>a_4 &gt; 0</math>일 때</p> <p>ii -2) <math>a_4 \leq 0</math>일 때</p>

**문항 분석**

- ◆  $a_{\sqrt{n}}$ 의 기호 표현은 교육과정 학습요소를 벗어나는 기호 표현임.

문제에 사용된 수열의 기호 표현 중  $a_{\sqrt{n}}$ 과 같이 아래첨자에 근호가 있는 기호 표현은 교육과정 학습 요소의 범위를 벗어나는 표현입니다. 교육과정 내에서 사용할 수 있는 기호 표현은  $a_n$ 에 해당합니다.
- ◆  $a_{n+1} = a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}}$ 은 귀납적으로 정의된 수열이라고 보기 어려움.(교육과정 성취기준을 벗어남)

이웃하는 항 사이의 관계를 이용하여 수열을 정의할 때 이를 귀납적으로 정의한다고 합니다. 하지만 해당 문제에 사용된 수열은  $a_n$ 과  $a_{n+1}$ 의 이웃하는 항 사이의 관계로 보기 어렵고 첫 항을 구하는 과정이 복잡하여 학생들의 학습에 어려움을 줄 수 있습니다.

※ 교육과정 근거

2015 개정 수학과 교육과정(현 교육과정 내용)	
교육과정 학습 요소 (용어와 기호) [수열]	<p>(가) 학습 요소</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법, <math>a_n</math>, <math>\{a_n\}</math>, <math>\sum_{k=1}^n a_k</math></li> </ul>
교육과정 성취기준 [수열의 귀납적 정의]	<p>㉓ 수학적 귀납법</p> <p>[12수학 I 03-06] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.</p>
고등 <수학 I>교과서 [수열의 귀납적 정의]	<p>일반적으로 수열 <math>\{a_n\}</math>에서</p> <div style="background-color: #ffffcc; padding: 5px;"> <p>(i) 첫째항 <math>a_1</math>의 값</p> <p>(ii) 이웃하는 두 항 <math>a_n, a_{n+1}</math> (<math>n=1, 2, 3, \dots</math>) 사이의 관계식</p> </div> <p>이 주어질 때, 이 관계식에 <math>n=1, 2, 3, \dots</math>을 차례로 대입하면 수열 <math>\{a_n\}</math>의 각 항이 정해진다.</p> <p>일반적으로 처음 몇 개의 항과 이웃하는 여러 항 사이의 관계식으로 수열을 정의하는 것을 수열의 <b>귀납적 정의</b>라고 한다.</p>

■ 미적분 28번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

미적분 28번 문항	미적분 28번 문항 해설(EBS)
<p>28. 함수 <math>f(x)</math>가</p> $f(x) = \begin{cases} (x-a-2)^2 e^x & (x \geq a) \\ e^{2a(x-a)} + 4e^a & (x < a) \end{cases}$ <p>일 때, 실수 <math>t</math>에 대하여 <math>f(x)=t</math>를 만족시키는 <math>x</math>의 최솟값을 <math>g(t)</math>라 하자.</p> <p>함수 <math>g(t)</math>가 <math>t=12</math>에서만 불연속일 때, <math>\frac{g'(f(a+2))}{g'(f(a+6))}</math>의 값은? (단, <math>a</math>는 상수이다.) [4점]</p> <p>① <math>6e^4</math>    ② <math>9e^4</math>    ③ <math>12e^4</math>    ④ <math>8e^6</math>    ⑤ <math>10e^6</math></p>	$f(x) = \begin{cases} h_1(x) & (x \geq a) \\ h_2(x) & (x < a) \end{cases}$ <p>이때 실수 <math>t</math>에 대하여 <math>f(x)=t</math>를 만족시키는 <math>x</math>의 최솟값이 <math>g(t)</math>이므로</p> <p><math>t \leq 4e^a</math>일 때, <math>h_1(g(t))=t</math> <math>t &gt; 4e^a</math>일 때, <math>h_2(g(t))=t</math></p> <p><math>t=f(a+2)=0 &lt; 4e^a</math>이므로 <math>h_2'(g(t)) \times g'(t)=1</math>에서 <math>h_2'(g(f(a+2))) \times g'(f(a+2))=1</math></p> <p>직선 <math>y=h_2(x)</math>가 <math>x</math>축과 만나는 점의 <math>x</math>좌표를 <math>\alpha</math> (<math>\alpha &lt; a</math>)라 하면 <math>g(0)=\alpha</math>이므로 <math>h_1'(g(t)) \times g'(t)=1</math>에서 <math>h_1'(g(f(a+6))) \times g'(f(a+6))=1</math></p> <p><math>g'(f(a+2)) = \frac{1}{h_2'(g(f(a+2)))}</math>      <math>g'(f(a+6)) = \frac{1}{h_1'(g(f(a+6)))}</math></p> <p><math>t=f(a+6)=16e^{a+6} &gt; 4e^a</math>이므로</p>

**문항 분석**

◆ 역함수 미분과 합성함수의 미분을 복합적으로 다루고 있어 미분하는 과정이 상당히 복잡함.

문제에 주어진 함수  $f(x)$ 에는 지수함수와 다항함수가 포함되어 있으며  $x=a$ 에서 불연속함수로 정의되어 있어 함수  $f(x)$ 는 복잡한 함수에 해당합니다. 또한 불연속 함수로 주어진 함수  $g(t)$ 가 문제에 주어진 조건(실수  $t$ 에 대하여  $f(x)=t$ 를 만족하는  $x$ 의 최솟값을  $g(t)$ 라 하자)에 의해 함수  $f(x)$ 의 역함수 관계를 이해해야 합니다. 그리고 풀이 과정에서도 역함수의 미분법과 합성함수의 미분법을 복합적으로 이용해야 해 지나치게 복잡한 풀이과정을 포함하고 있습니다.

미분법과 관련된 교육과정 평가 방법 및 유의 사항에는 '여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.'라고 제시되어 있으며 교육부 자료인 '2015 개정 교육과정 교수·학습 자료'에는 여러 가지 미분법을 이용하는 지나치게 복잡한 문제에 대한 예시 문항도 공개되어 있습니다. 이러한 자료에 따르면 미적분 28번은 교육과정의 범위와 수준을 벗어난 문제로 판정할 수 있습니다.

※ 교육과정 근거

2015 개정 수학과 교육과정(현 교육과정 내용)	
교육과정 평가 방법 및 유의 사항 [미분법]	<p>(다) 평가 방법 및 유의 사항</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.</li> </ul>
2015 개정 수학과 교육과정 교수·학습 자료	
교육과정 교수·학습 자료 [미분법- 복잡한 문항 예시]	<p>○ 미분법에서 지나치게 복잡한 문제 예시</p> <div style="border: 1px solid #ccc; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>㉓ (문항)</p> <math display="block">y = \frac{(x+2)(x+1)^2}{(x-2)^3}</math> <p>의 <math>x=1</math>에서의 미분계수를 구하시오.</p> </div> <p>이 문항은 함수의 몫으로 주어진 함수의 미분계수를 계산하는 문제이다. 함수의 몫의 미분법을 알고 있는 학생이라 하더라도 복잡한 계산으로 인해 오답을 할 가능성이 있다. 이와 같이 성취기준에의 도달 여부를 판단하기에 지나치게 복잡한 계산을 요구하는 문제는 지양한다.</p>

■ 미적분 30번 문항

※ 문항 및 문항 분석 / 풀이

미적분 30번 문항	미적분 30번 문항 해설(EBS)
<p>30. 함수 <math>y = \frac{\sqrt{x}}{10}</math>의 그래프와 함수 <math>y = \tan x</math>의 그래프가 만나는 모든 점의 <math>x</math>좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, <math>n</math>번째 수를 <math>a_n</math>이라 하자.</p> $\frac{1}{\pi^2} \times \lim_{n \rightarrow \infty} a_n^3 \tan^2(a_{n+1} - a_n)$ <p>의 값을 구하시오. [4점]</p>	<p>두 함수 <math>y = \frac{\sqrt{x}}{10}</math>, <math>y = \tan x</math>의 그래프와 수열 <math>\{a_n\}</math>을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.</p> <p>이때 <math>\frac{\sqrt{a_n}}{10} = \tan a_n</math></p>

**문항 분석**

- 삼각함수가 포함된 방정식에 구간이 제한되어 있지 않음.(교수·학습 방법 및 유의 사항 미준수)

문제에 있는 조건을 식으로 표현하면  $\frac{\sqrt{a_n}}{10} = \tan(a_n)$ (풀이과정 참고)와 같습니다. 이 식은 삼각함수가 포함된 방정식으로 수열의  $a_n$ 을 구하기 위해서는 삼각함수와 무리함수가 만나는 점의  $x$ 좌표를 구해야 합니다. 교육과정 내에서는 ‘삼각함수가 포함된 방정식과 부등식은 삼각함수의 그래프를 해석하거나 사인법칙과 코사인법칙을 활용하여 문제를 해결하는 과정에서 나타는 간단한 경우만 다루되, 주어진 구간 안에서 해를 구하는 것만 다룬다.’라고 되어 있으나 위 문제에서는 구간이 제한되어 있지 않습니다.

- 대학에서 배우는 ‘수열에 대한 단조수렴정리’를 알고 있으면 더 유리함.

문항을 풀이하는 과정에서  $a_{n+1} - a_n$ 의 극한값이  $\pi$ 이라는 사실을 파악해야 하는데, 여기서 대학 과정에서 다루는 ‘단조 수렴 정리’를 알고 있다면 EBS 풀이 방법에서 제시하고 있는 삼각함수의 점근선과 새로운 수열을 정의하여 푸는 방법보다 더 직관적이고 쉽게 접근할 수 있어 대학 과정의 내용을 알고 있는 학생들에게는 더 유리할 수 있습니다. 단조수렴정리에 의해 수열의  $a_{n+1} - a_n$ 의 극한값을 구하면 아래와 같습니다.

$$a_{n+1} - a_n > \pi \text{ 이고, } a_{n+1} - a_n \text{는 감소수열이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} - a_n = \pi$$

※ 교육과정 근거

2015 개정 수학과 교육과정(현 교육과정 내용)	
교육과정 교수·학습 방법 및 유의사항 [삼각함수가 포함된 방정식]	<ul style="list-style-type: none"> <li>삼각함수가 포함된 방정식과 부등식은 삼각함수의 그래프를 해석하거나 사인법칙과 코사인법칙을 활용하여 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 간단한 경우만 다루되, <u>주어진 구간 안에서 해를 구하는 것만 다룬다.</u></li> </ul>

※ 대학교재

해석학 - 대학 전공 수학 교재	
대학교재-〈해석학〉 [아래로 유계] 정의	<p>모든 자연수 <math>n</math>에 대하여</p> $\underline{x_n \geq M}$ <p>인 실수 <math>M</math>이 존재할 때, 수열 <math>\{x_n\}</math>을 <u>아래로 유계(bounded below)</u>이라 한다.</p>
대학교재-〈해석학〉 [단조수렴정리] 정의	<p>정리 2.13 (단조수렴 정리)</p> <p>(2) 수열 <math>\{x_n\}</math>이 <u>감소수열</u>이고 <u>아래로 유계</u>이면, <u><math>\{x_n\}</math>은 수렴하고 그 극한은 다음과 같다.</u></p> $\underline{\lim x_n = \inf \{x_n   n \in \mathbb{N}\}}$