#붙임2 : 교육과정을 벗어난 근거

[표1] 2021학년도 대학별고사 22개 대학 자연계, 의학계 논술·구술시험에서 교육과정을 벗어난 문항

구분	NO	대학	논술 전형	해당 문제		위반사항	
				문항카드	소문항	교육 과정	대학 과정
서울 14개 대학	1	건국대	KU논술우수자전형				
	2	경희대	논술우수자전형	13번	1-3		●
	3	고려대	면접 구술고사 (일반전형, 개열적합)				
	4	동국대	논술우수자전형	9번	3		●
	5	서강대	논술전형	6번	2-1		●
				8번	2-1, 2-2 2-3, 2-4		●
	6	서울대	면접 구술고사 (수시모집 일반전형)				
	7	서울시립대	논술전형				
	8	성균관대	논술우수전형				
	9	숙명여대	논술우수자전형	7번	제시문 가, 1-1(b)		●
					1-3(a 1-3(b)	●	
	10	연세대	논술전형	6번	2-1, 2-2		●
				8번	4-2		●
				10번	문제2		●
	11	이화여대	논술전형				
	12	중앙대	논술전형	13번	3-1	●	
				18번	2-2		●
				19번	3-2	●	
				24번	2-2	●	
	13	한양대	논술전형	6번	제시문, 2-3		●
				9번	1-2		●
				10번	제시문, 2-3		●
	14	홍익대	논술전형	9번	제시문, 2-1,2,3,4,5		●
의과 대학	15	가톨릭대	논술전형				
	16	경북대	논술(AAT)전형	12번	제시문, 3-1, 3-3		●
	17	부산대	논술전형	5번	2-1	●	
	18	아주대학교	논술우수자전형				
	19	연세대(원주)	일반논술전형				
	20	울산대	논술전형	4번	4-1, 4-2	●	
	21	인하대	논술전형	3번	2-1	●	
				5번	3-2	●	
과학 기술 특성 대학	22	KAIST	면접구술고사 (일반 전형) (학교장 추천 전형) (고른 기회 전형)				

* 위반 사항이 있는 부분은 로 표시 하였습니다.

■ 수학 고교과정 벗어난 근거

1. 경희대학교

▶ 경희대학교 논술우수자전형 (자연계) 문항카드 13번 1-3 문항

※ 문항

[논제 I-3]

실수 전체의 집합에서 미분가능하며 양의 값을 가지는 함수 $f(x)$가 모든 실수 x, y에 대하여

$$\boxed{f(x+y)=f(x)f(y)e^{2xy},}\quad f'(0)=0$$

을 만족시킬 때, 다음 물음에 답하시오.

※ 문항 예시답안

[논제 I-3]

(1) $f(x)$가 양의 값을 가지므로 $x=y=0$을 대입하면 $f(0)=1$이다.

식 $f(x+y)=f(x)f(y)e^{2xy}$ 양변에 $\ln$을 취하고 $P(x)=\ln f(x)$라고 하면 $P(x)$는

$$\boxed{P(x+y)=P(x)+P(y)+2xy}\cdots\cdots①$$

※ 채점 기준

[논제 I-3]

(1) <5점> $\ln f(x)$의 관한 함수방정식을 도출한다.

<5점> 도함수의 정의를 이용하여 $\ln f(x)=x^2$임을 보인다.

▶ 경희대학교 문항카드 13번 1-3 문항문제가 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

5.2 Additive functions

A function[6] $f:\mathbb{R}^N\to\mathbb{R}$ is called *additive* iff it satisfies Cauchy's functional equation

$$\boxed{f(x+y)=f(x)+f(y)}\qquad(5.2.1)$$

for all $x,y\in\mathbb{R}^N$. For $N=1$ equation (5.2.1) was first treated by A. M. Legendre [206] and C. F. Gauss [96], but A. L. Cauchy [41] first found its general continuous

– <An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities>

<경희대학교 논술우수자전형 (자연계)> 문항카드 13번 {1-3 문항}은 교육과정을 벗어난다. KMO올림피아드 문제에 자주 출제되는 '함수방정식'은 대학 교재 <현대대수학> 내용에 해당하며 고교 교육과정 내에 포함되지 않는다.

2. 동국대학교

▶ 동국대학교 논술우수자전형 (자연계) 문항카드 9번 문제3

※ 문항

[문제3] 함수 $y=f(x)$가 정의역 $\{x \mid x \geq 3\}$에서 $f(x) \geq 0$이며 연속이고, 함수 $y=f(x)$의 그래프 위 임의의 점 $(t, f(t))$가

$$\int_3^t (s-3)^2\, ds + \boxed{\int_0^{f(t)}} (\sqrt{s}+3)\, ds = t f(t)$$

▶ 동국대학교 문항카드 9번 문제3이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

(37~38) 다음 반복적분에 의해 만들어지는 부피를 갖는 입체를 그려라.

37. $\int_0^1 \int_0^{1-x} (1-x-y)\,dy\,dx$ 38. $\int_0^1 \int_0^{1-x^2} (1-x)\,dy\,dx$

– <대학미분적분학> 중적분 문제

▶ 동국대학교 문항카드 9번 문제3이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

수학Ⅱ에서 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$의 부정적분 중 하나를 $F(x)$라고 할 때, $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분은

$$\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b)-F(a)$$

임을 배웠다.

– 2015 개정 교육과정 고등학교 <수학Ⅱ> 교과서 내의 정적분의 정의

<동국대학교 논술우수자전형 (자연계)> 문항카드 9번 [문제3]에 사용된 적분의 기호표현은 교육과정을 벗어난다. 정적분의 구간에 함수가 들어가는 것은 대학의 미적분학 (대학미적분학 –james stewart) 교재 내의 중적분과 관련된 내용에서 다루어진다. 또한, 고등학교 <수학Ⅱ> 교과서에서 정적분의 정의는 닫힌구간 [a,b]에서 연속이라는 조건이 성립해야 하는데 동국대학교 문항카드 9번 문제3에서는 함수 $f(x)$가 $x \geq 3$에서 $f(x) \geq 0$이므로 $\int_0^{f(t)} (\sqrt{s}+3)ds$에서 적분구간이 $[0, f(x))$로 반열린구간에 해당한다. 따라서 본 문항은 고등학교 교과서 내용을 벗어난다.

3. 서강대학교

(1) 문항카드 6번 2-1 문항

▶ 서강대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 6번 2-1 문항

※ 문항

【2-1】 m 이 자연수일 때, 방정식 $\boxed{2x+y+z+w=2m}$의 음이 아닌 정수해의 개수를 구하시오.

▶ 서강대학교 문항카드 6번 2-1 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

(4)* 방정식 $2x_1+2x_2+x_3+x_4+x_5=12$ (각 x_i는 음이 아닌 정수)

– <이산수학>

▶ 서강대학교 문항카드 6번 2-1 문항이 문항문제가 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 교과서 내용

4. **방정식 $x+y+z+w=12$에 대하여 다음을 구하시오.**

예제 2 방정식 $x+y+z=6$에 대하여 다음을 구하시오.

- 고등학교 <확률과 통계> 교과서

※ 교육과정 평가방법 및 유의사항

- 중복순열, 중복조합을 실생활 문제 해결에 활용해 봄으로써 그 유용성을 인식하게 한다.

<서강대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 6번 [2-1 문항]은 교육과정을 벗어난다. 문항에 제시된 부정방정식 표현 (부정방정식 오른쪽 항에 미지수 m이 들어가 있는 표현)은 2015 개정 교육과정 내의 고등학교 <확률과 통계> 교과서 내의 문제에서는 볼 수 없는 형태이며 각 미지수의 계수가 모두 같거나 1인 형태만 다루고 있다. 미지수의 계수가 각기 다른 경우는 대학교재 <이산수학> (이산수학(4판) 박종안)의 연습문제에서 다루는 내용이다

(2) 문항카드 8번 2-1, 2-2, 2-3, 2-4 문항

▶ 서강대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 8번 2-1, 2-2, 2-3, 2-4 문항

※ 문항

【2-1】 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 열린구간 (a, b)의 모든 x에 대하여 $f(x) < g(x)$이면 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx < \int_a^b g(x)\,dx}$$

【2-2】 함수 $f(x)$가 구간 $[1, \infty)$에서 연속이고 증가할 때, 모든 자연수 n에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$f(1) + \int_1^n f(x)\,dx \le \sum_{k=1}^{n} f(k) < \int_1^{n+1} f(x)\,dx$$

문항 【2-2】의 결과와 제시문 [마]를 이용하여 문항 【2-3】과 문항 【2-4】에 답하시오.

【2-3】 p가 자연수일 때, 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{p+1}} \sum_{k=1}^{n} k^p$$

【2-4】 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}}$$

※ 예시답안

{2-1}

(마지막 부분의 다른 풀이) $H(x)$가 함수 $g(x)-f(x)$의 한 부정적분이므로

$$\int_a^b g(x)\,dx - \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b \{g(x)-f(x)\}\,dx = H(b)-H(a) > 0$$

【2−2】

k가 임의의 자연수라고 할 때, 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[k, k+1]$에서 증가하므로 열린구간 $(k, k+1)$의 모든 x에 대하여 $f(k) < f(x) < f(k+1)$이다. 따라서 문항 【2−1】의 결과에 의하여

【2−3】

자연수 p에 대하여 함수 $f(x) = x^p$은 구간 $[1, \infty)$에서 연속이고 증가한다. 따라서 문항 【2−2】의 결과에 의하여, 모든 자연수 n에 대하여

【2−4】

함수 $f(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ 은 구간 $[1, \infty)$에서 연속이고 증가한다. 따라서 문항 【2−2】의 결과에 의하여, 모든 자연수 n에 대하여

▶ 서강대학교 문항카드 8번 2-1,2,3,4 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

※ 대학교제 내용

따름정리 6.17 (적분의 비교정리) 함수 $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$는 $[a, b]$에서 적분가능하고 모든 $x \in [a, b]$에 대하여 $f(x) \leq g(x)$이면 다음이 성립한다.

$$\int_a^b f \leq \int_a^b g$$

- <해석학>

※ 7.1.5 정리 (c)의 증명과정

증명 모든 $x \in [a, b]$에 대하여 $f(x) \leq g(x)$이므로 $g(x) - f(x) \geq 0$이다. 따라서 정리 6.15와 6.16에 의하여

$$0 \leq \int_a^b (g - f) = \int_a^b g - \int_a^b f$$

이므로 $\int_a^b f \leq \int_a^b g$이다.

▶ 서강대학교 문항카드 8번 2-1,2,3,4 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 교과서 내용

정적분의 성질 (1)

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

❶ $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 실수이다.)

❷ $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

❸ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$

- 고등학교 <수학Ⅱ>

※ 교육과정 - 평가방법 및 유의사항

[12수학Ⅱ03-02] 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.

<서강대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 8번 [2-1문항]에서 제시된 부등식은 고등학교 수학 교과서 <수학Ⅱ>에 정적분의 성질에 나오지 않는 성질이다. 예시답안에 소개된 [2-1 문항}의 증명과정 또한 대학 교재 <해석학>에 있는 증명내용과 일치한다. 이어지는 문항 2-2, 2-3, 2-4의 예시답안의 풀이과정에서도 문항 2-1의 결과를 이용하고 있어 4개의 문항 모두 교육과정을 벗어나 대학 교재에서 출제되었음을 확인 할 수 있다. 적분의 부등식에 관련된 성질과 증명은 대학 교재 <해석학> (해석학입문 4판-노정학)에서 학습한다.

4. 숙명여자대학교

(1) 문항카드 7번 제시문 가, 1-1((b) 문항

▶ 숙명여자대학교 논술우수자전형 (자연계) 문항카드 7번 제시문 가, 1-1((b) 문항

※ 제시문 가

<가>

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족시킨다.

> ㉠ 어떤 실수 x에 대하여 $f(x) \neq 0$이다.
> ㉡ 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)$이다.

이때 함수 $f(x)$는 임의의 자연수 n에 대하여

$$f(nx)=nf(x)$$

이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 두 조건을 만족시킨다.

> ㉢ 어떤 실수 x에 대하여 $g(x) \neq 0$이다.
> ㉣ 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $g(x+y)=g(x)g(y)$이다.

이때 함수 $g(x)$는 임의의 자연수 n에 대하여

$$g(nx)=\{g(x)\}^n \qquad \text{.....①}$$

이다.

모든 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(x)$가 다음 두 조건을 만족시킨다.

> ㉤ 어떤 양의 실수 x에 대하여 $h(x) \neq 0$이다.
> ㉥ 임의의 양의 두 실수 x, y에 대하여 $h(xy)=h(x)h(y)$이다.

이때 $h(x_0) \neq 0$을 만족시키는 양의 실수 x_0이 존재하고, 임의의 양의 실수 x에 대하여

$$h(x_0)=h\left(x \cdot \frac{x_0}{x}\right)=h(x)h\left(\frac{x_0}{x}\right)$$

※ 문항

1-1(b). 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $p(x)$가 다음 두 조건을 만족시킨다.

> 1) 어떤 실수 x에 대하여 $p(x) \neq -1$이다.
> 2) 임의의 두 실수 x, y에 대하여 $p(x+y)=p(x)+p(y)+p(x)p(y)$이다.

▶ 숙명여대 문항카드 7번 제시문 가 / 1-1((b) 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

정의 3.4.1 환 R에서 환 R'으로의 사상 $f: R \longrightarrow R'$가 환의 두 연산을 보존시킬 때, 즉 임의의 원소 $a, b \in R$에 대하여

$$\boxed{\begin{aligned} &f(a+b) = f(a) + f(b), \\ &f(ab) = f(a)f(b) \end{aligned}}$$

일때, f를 R에서 R'으로의 (環) **準同型寫像**(ring-homomorphism)이라고 한다. 또, 준동형사상 $f: R \longrightarrow R'$가 일대일 대응일 때, f를 R에서 R' 위로의 (環) **同型寫像**(ring-isomorphism)이라고한다.

정리 3.4.4 사상 $f: R \longrightarrow R'$가 환 준동형사상일 때, 임의의 $a, b \in R$에 대하여 다음이 성립한다($0, 0'$은 각각 R, R'의 영원).

(1) $f(0) = 0'$, $\quad f(-a) = -f(a)$,

$f(a-b) = f(a) - f(b)$

(2) 모든 정수 n에 대하여 $\boxed{f(na) = nf(a)}$이다.

(3) 모든 양의 정수 n에 대하여 $f(a)^n = f(a)^n$이다.

위의 정의에서 조건 (*)는 다음을 뜻한다.

(1) $G, \overline{G}$가 모두 곱셈군일 때, $\quad f(ab) = f(a)f(b)$

(2) G는 곱셈군, $\overline{G}$는 덧셈군일 때, $\quad f(ab) = f(a) + f(b)$

(3) G는 덧셈군, $\overline{G}$는 곱셈군일 때, $\quad f(a+b) = f(a)f(b)$

(4) $G, \overline{G}$가 모두 덧셈군일 때, $\quad f(a+b) = f(a) + f(b)$

보기 2.8.1 덧셈군 $\mathbb{R}$와 곱셈군 $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$, $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$를 생각해 보자.

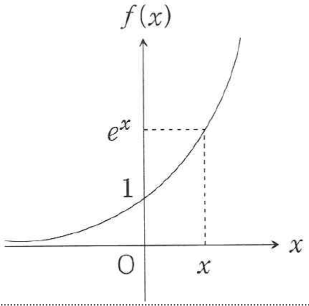
(1) 실수 e $(e > 1)$를 택하여 사상

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^+, \quad f(x) = e^x$$

을 생각하면, 임의의 $x, y \in \mathbb{R}$에 대하여

$$f(x+y) = e^{x+y} = e^x e^y = f(x)f(y)$$

이므로 f는 준동형사상이다. 또, 사상



– <현대대수학>

<숙명여자대학교 논술우수자전형 (자연계)> 문항카드 7번 [제시문 가]와 [1-1((b) 문항]은 교육과정을 벗어난다. [제시문 가]에 있는 내용은 대학 교제인 <현대대수학> (현대대수학 8판 – 박승안)의 환 준동형사상에 정의된 함수와 유사하다. [1-1((b) 문항]의 함수는 함수방정식이며 고교 교육과정을 벗어난다.

(2) 문항카드 7번 1-3(a), 1-3((b) 문항

▶ 숙명여자대학교 논술우수자전형 (자연계) 문항카드 7번 1-3(a), 1-1((b) 문항

※ 문항

1-3. 제시문 <다>에서 주어진 경기에 대하여 다음 문제에 답하시오.

1-3(a). 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$에서 A가 먼저 a를 선택하여 6으로 바꾼 후, B가 b를 선택하여 9로 바꾸어 삼차방정식 $x^3 + 6x^2 + 9x + c = 0$이 되었다. 이 삼차방정식에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 실수 c의 범위를 구하시오.

> 1) 열린구간 $(-5, -3)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.
> 2) A가 이 경기에서 이긴다.

1-3(b). 제시문 <다>에서 주어진 경기는 B의 선택에 상관없이 A가 이길 수 있음을 보이 시오. (도움말: A는 첫 번째 순서에서 c를 선택한 후 1로 바꿀 수 있다. 사잇값의 정리와 그래프의 개형을 이용할 수 있다.)

※ 예시답안

[1-3(a)]

(i) 극솟값 $f(-1) < 0$이고 $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$이므로 $f(x)$는 열린구간 $(-1, \infty)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

(iii) 극댓값 $f(-3) > 0$이고 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$이므로 열린구간 $(-\infty, -3)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

[1-3(b)]

(ii) $x \to -\infty$일 때 $f(x) \to -\infty$이고 $f(0) = 1 > 0$이므로 $f(l) = 0$인 실근 l이 열린구간 $(-\infty, 0)$에 적어도 하나 존재한다.

(iii) $x \to \infty$일 때 $f(x) \to \infty$이고 $f(1) = -1 < 0$이므로 $f(m) = 0$인 실근 m이 열린구간 $(1, \infty)$에 적어도 하나 존재한다.

그러므로 방정식 $f(x) = 0$은 (i), (ii), (iii)에 의하여 서로 다른 세 실근을 갖는다. 따라서 A가 경기에서 이긴다.

▶ 숙명여자대학교 문항카드 7번 1-3(a), 1-3((b) 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 교과서 내용

사잇값의 정리

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 실수 k에 대하여

$$f(c) = k$$

인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

- 고등학교 <수학Ⅱ> 교과서

<숙명여자대학교 논술우수자전형 (자연계)> 문항카드 7번 [1-3(a) 문항]과 [1-1((b) 문항]은 교육과정을 벗어난다. 문항의 해결하는 과정에서 열린구간 $(-\infty, b)$과 (a, ∞)의 구간에서 사잇값의 정리를 사용하고 있다. 고교 교육과정에서 열린구간 $(-\infty, b)$과 (a, ∞)에서 사잇값의 정리는 다루지 않는다.

5. 연세대학교

(1) 문항카드 6번 2-1, 2-2 문항

▶ 연세대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 6번 2-1, 2-2 문항

※ 제시문

[제시문]

실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 다음 물음에 답하시오.

(가) $g(2020)=1$

(나) 임의의 실수 a, b에 대하여 $g(a+b)+g(a-b)=2g(a)\cos b\pi$이다.

[문제 2-1] $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} g(x)dx$의 값을 구하시오. [8점]

[문제 2-2] $g\left(\frac{1}{3}\right)g\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{10}$일 때, $\left\{g\left(\frac{1}{2}\right)\right\}^2$의 값을 구하시오. [10점]

▶ 연세대학교 문항카드 6번 2-1, 2-2 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

5.2 Additive functions

A function[6] $f:\mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$ is called *additive* iff it satisfies Cauchy's functional equation

$$f(x+y)=f(x)+f(y) \tag{5.2.1}$$

for all $x, y \in \mathbb{R}^N$. For $N=1$ equation (5.2.1) was first treated by A. M. Legendre [206] and C. F. Gauss [96], but A. L. Cauchy [41] first found its general continuous

– <An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities>

<연세대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 6번 [2-1], [2-2] 문항에서 고교 교육과정에 있지 않은 함수방정식이 출제가 되었다. 함수방정식은 대학 교재의 내용이며 [문제2-1]과 [문제2-2]의 풀이과정에서 제시문의 내용을 이용하고 있어 본 문항은 고교 교육과정을 벗어난다.

(2) 문항카드 8번 4-2 문항

▶ 연세대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 8번 4-2 문항

※ 4-2 문항 예시답안

2. 소인수의 개수가 2일 때, $f(n)=g(n)$이 성립하려면, $n=p_1^{n_1}p_2^{n_2}(p_1<p_2)$일 때 $n_1+n_2=n_1n_2$을 만족하여야 한다. 따라서, $n_1=n_2=2$이다.

3. 소인수의 개수가 3일 때, $f(n)=g(n)$이 성립하려면, $n=p_1^{n_1}p_2^{n_2}p_3^{n_3}(p_1<p_2<p_3)$일 때 $n_1+n_2+n_3=n_1n_2n_3$을 만족하여야 하므로 n_1, n_2, n_3은 1, 2, 3의 순열로 총 6개다.

4. 소인수의 개수가 4일 때, $f(n)=g(n)$을 만족하려면 $n=p_1^{n_1}p_2^{n_2}p_3^{n_3}p_4^{n_4}(p_1<p_2<p_3<p_4)$일 때, $n_1+n_2+n_3+n_4=n_1n_2n_3n_4$이어야 하므로 n_1, n_2, n_3, n_4는 $1, 1, 2, 4$의 순열이다. 그러나, 이 경우

▶ 연세대학교 문항카드 8번 4-2 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

정의 1.5.1 자연수 n에 대하여 다음 두 조건을 만족하는 $\lambda=(n_1, n_2, \cdots, n_k)$를 n의 **분할**(partition)이라고 한다.

(i) $n_1\geq n_2\geq\cdots\geq n_k\geq 1$ (단, $n_1, n_2, \cdots, n_k$는 자연수)

(ii) $n=n_1+n_2+\cdots+n_k$

$\lambda=(n_1, n_2, \cdots, n_k)$가 n의 분할이면 $\lambda\vdash n$으로 나타내고 각 n_i를 분할 λ의 **부분**(part)이라 한다. 또 n의 모든 분할의 개수를 $p(n)$, k개의 부분을 가진 n의 분할의 수를 $p(n,k)$로 나타낸다. 그러므로

$$p(n)=p(n,1)+p(n,2)+\cdots+p(n,n)$$

이다.

6

$5+1, 4+2, 3+3$

$4+1+1, \boxed{3+2+1}, 2+2+2$

6의 분할	$p(6,k)$
(6)	$p(6,1)=1$
(5,1), (4,2), (3,3)	$p(6,2)=3$
(4,1,1), $\boxed{(3,2,1)}$, (2,2,2)	$\boxed{p(6,3)=3}$

- <이산수학>

▶ 연세대학교 문항카드 8번 4-2 문항이이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 교육과정 - 2009 개정 교육과정

나. 영역 성취 기준

(1) 순열과 조합의 수, 분할의 수를 구하고, 이항정리를 이해한다.

※ 교육과정 - 2015 개정 교육과정

[2] 순열과 조합

[12기수01-02] 순열의 의미를 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.

[12기수01-03] 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다.

<연세대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 8번 [4-2] 문항의 풀이과정에서 '분할'과 관련된 내용이 사용되고 있는데 '분할'에 관련된 내용은 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는 내용이며 대학 교재인 <이산수학>에서 학습하는 내용이다.

(3) 문항카드 10번 문제2

▶ 연세대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 10번 문제2

※ 문항

[문제 2]

방정식 $x_1+x_2+x_3=5$를 만족시키는 양의 정수해를 <표 1>과 같이 나타냈을 때, 숫자 2가 나오는 횟수는 6이다. 자연수 n에 대하여 방정식 $x_1+x_2+\cdots+x_k=n$을 만족시키는 양의 정수해를 <표 2>와 같이 나열하였을 때, 자연수 $r\ (1\le r\le n-k+1)$가 나오는 횟수를 n, k, r를 이용하여 나타내시오. (단, k는 $2\le k\le n$인 자연수이다.) [12점]

※ 예시답안

$x_1=r$이 되는 양의 정수해의 개수는 $x_2+x_3+\cdots+x_k=n-r$를 만족하는 양의 정수해의 개수이다.

$x_2{}'=x_2-1,\ x_3{}'=x_3-1,\ \cdots,\ x_k{}'=x_k-1$이라 하면

$x_2{}'+x_3{}'+\cdots+x_k{}'=n-r-k+1$이고 이 방정식의 해의 개수는 ${}_{k-1}\mathrm{H}_{n-r-k+1}$이다.

따라서, x_1 중 r가 나오는 횟수는 ${}_{k-1}\mathrm{H}_{n-r-k+1}$이다.

이는 $x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_k$의 경우에도 마찬가지이므로 자연수 r가 나오는 횟수는 다음과 같다.

$$k\times{}_{k-1}\mathrm{H}_{n-r-k+1}=k\times{}_{n-r-1}\mathrm{C}_{n-r-k+1}=k\times{}_{n-r-1}\mathrm{C}_{k-2}=\frac{k\times(n-r-1)!}{(k-2)!(n-r-k+1)!}$$

▶ 연세대학교 문항카드 10번 문제2가 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

(2) n, r이 자연수일 때 방정식 $x_1+x_2+\cdots+x_n=r$의 자연수 해의 개수

(2) **방법 1** : $y_i=x_i-1$라 하면 y_i는 음이 아닌 정수이고 주어진 방정식은

$$y_1+y_2+\cdots+y_n=r-n$$

이다. 이 방정식의 해의 개수는 예제1.3.7에 의해

$${}_nH_{r-n}={}_{r-1}C_{r-n}={}_{r-1}C_{n-1}$$

이다.

\- <이산수학>

<연세대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 10번 [문제2]에 부정방정식에서 항의 개수가 k개이고 부정방정식의 오른쪽 항이 미지수인 경우는 고등학교 <확률과 통계> 교과의 중복조합에 관한 문제에서 다루지 않는 내용이다. 이와 같은 내용은 대학 교재인 <이산수학> (이산수학 4판 – 박종안)에서 학습할 수 있는 내용이다.

6. 중앙대학교

(1) 문항카드 13번 3-1 문항

▶ 중앙대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 13번 3-1 문항

※ 문항

[문제 3-1] 함수 $F(x)=\int_0^x \sin^2 t\,dt$ 에 대하여, 다음 정적분의 값을 구하시오. (단, 각 θ 에 대하여 $\boxed{\sin^2\theta=\frac{1-\cos 2\theta}{2}}$ 가 성립한다.) **[10점]**

$$\int_0^{\pi}(2x-\sin(2x))e^{F(x)}\sin^2 x\,dx$$

▶ 중아대학교 문항카드 13번 3-1 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

2007 개정 교육과정 성취기준 - <수학Ⅱ>	2015 개정 교육과정 성취기준 - <미적분 >
㈐ 삼각함수 [1] 삼각함수의 덧셈정리 ① 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. ② 삼각함수의 배각의 공식, 반각의 공식을 이해한다.	[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. • 삼각함수의 덧셈정리와 관련하여 복잡한 문제는 다루지 않는다.

<중앙대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 13번 [3-1] 문항은 교육과정을 벗어난다. 문항에서 사인함수의 배각공식이 증명 없이 주어져 있고 풀이과정에도 삼각함수의 반각공식이 쓰이고 있다. 하지만 삼각함수의 배각 공식과 반각공식은 2015 개정 교육과정에서는 다루지 않는 내용이다. 따라서 교육과정을 벗어나 출제되었다.

(2) 문항카드 18번 2-2 문항

▶ 중앙대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 18번 2-2 문항

※ 문항

[문제 2-2] 닫힌구간 $[0, 20]$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 식을 만족한다.

$$\boxed{f(20-x) = \sqrt{-x^2+20x-2(f(x))^2}}$$

이때, 정적분 $\int_0^{10} xf(x)dx$ 의 값을 구하시오. **[15점]**

※ 예시답안

[문제 2-2]

주어진 식을 제곱하여

$$2f(x)^2 + f(20-x)^2 = -x^2+20x$$

를 얻는다. 위 식의 양변에 2를 곱하여

$$4f(x)^2 + 2f(20-x)^2 = -2x^2+40x$$

를 얻는다. 그리고 첫 번째 식에 x대신 $20-x$를 대입하여

$$2f(20-x)^2 + f(x)^2 = -(20-x)^2 + 20(20-x) = -x^2+20x$$

를 얻는다. 위의 식에서 아래의 식을 빼면

$$3f(x)^2 = -x^2+20x = 100-(x-10)^2$$

를 얻을 수 있는데, 따라서

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{100-(x-10)^2}$$

▶ 중앙대학교 문항카드 18번 2-2 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학교재

5.2 Additive functions

A function[6] $f : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}$ is called *additive* iff it satisfies Cauchy's functional equation

$$\boxed{f(x+y) = f(x) + f(y)} \qquad (5.2.1)$$

for all $x, y \in \mathbb{R}^N$. For $N = 1$ equation (5.2.1) was first treated by A. M. Legendre [206] and C. F. Gauss [96], but A. L. Cauchy [41] first found its general continuous

– <An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities>

<중앙대학교 논술전형(자연계)> 문항카드 18번 2-2 문항에 주어진 식은 함수방정식 형태이다. '함수방정식' 은 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는 내용이며 대학교재 내용에 해당한다. 주어진 함수 $f(x-20)$가 함수방정식 형태로 되어있어 해당 문항 풀이과정에 소개되어 있는 방법으로 함수 $f(x)$를 찾는 과정을 쉽게 생각할 수 없어 학교에서 받은 교육만으로 대비가 불가능한 문항이다.

(3) 문항카드 19번 3-2 문항

▶ 중앙대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 19번 3-2 문항

※ 예시답안

[문제 3-2]

교점 $B(x_0, y_0)$는 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$와 $y=(\tan 2\theta)x$ $\left(\theta \neq \frac{\pi}{4}\right)$의 교점이다. 연립해서 풀면

$x_0^2=\frac{4}{4+\tan^2(2\theta)}$이다. $B(x_0, y_0)$와 $y=(\tan\theta)x$ $\left(\theta \neq \frac{\pi}{2}\right)$와의 거리는

$\frac{|x_0\tan\theta-y_0|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\frac{|x_0\tan\theta-x_0\tan(2\theta)|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$이다. 삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\frac{|\tan\theta-\tan(2\theta)|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}|x|=\frac{|\tan\theta-\tan(2\theta)|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}\frac{1}{\sqrt{4+\tan^2(2\theta)}}$이고

$\boxed{\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}}$을 이용하여 정리하면 $\frac{1}{2}\frac{\tan\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\sqrt{(1-\tan^2\theta)^2+\tan^2\theta}}$이다. 이 공식에

▶ 중아대학교 문항카드 19번 3-2 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

2007 개정 교육과정 성취기준 - <수학Ⅱ>	2015 개정 교육과정 성취기준 - <미적분 >
(다) 삼각함수 [1] 삼각함수의 덧셈정리 ① 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. ② 삼각함수의 배각의 공식, 반각의 공식을 이해한다.	[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. • 삼각함수의 덧셈정리와 관련하여 복잡한 문제는 다루지 않는다.

<중앙대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 19번 [3-2] 문항은 교육과정을 벗어난다. 문항에서 탄젠트함수의 반각공식이 사용되고 있는데 삼각함수의 배각공식과 반각공식은 2015 개정 교육과정에서는 다루지 않는 내용이다. 따라서 교육과정을 벗어난 문항이다.

(4) 문항카드 24번 3-2 문항

▶ 중앙대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 24번 3-2 문항

※ 예시답안

[문제 2-2]

각 BAC를 α, 각 ABC를 β라 하자. 사인법칙을 이용하면 $\sin\alpha = \frac{x}{2}$, $\sin\beta = \frac{y}{2}$임을 알 수 있다. 그런데 여기서 삼각형 ABC가 이등변 삼각형이므로 $\alpha + 2\beta = \pi$를 만족하므로 $\sin(2\beta) = \frac{x}{2}$인데, 이 식에 사인함수의 덧셈공식을 적용하면

$$x = 2\sin(2\beta) = 4\sin\beta\cos\beta = 2y\sqrt{1 - \frac{y^2}{4}} = y\sqrt{4 - y^2}$$

(또는 $y^4 - 4y^2 + x^2 = 0$)임을 알 수 있다. 따라서

▶ 중아대학교 문항카드 24번 3-2 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

2007 개정 교육과정 성취기준 - <수학Ⅱ>	2015 개정 교육과정 성취기준 - <미적분 >
㈐ 삼각함수 [1] 삼각함수의 덧셈정리 ① 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. ② 삼각함수의 배각의 공식, 반각의 공식을 이해한다.	[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. • 삼각함수의 덧셈정리와 관련하여 복잡한 문제는 다루지 않는다.

<중앙대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 24번 3-2 문항은 교육과정을 벗어난다. 삼각함수의 배각, 반각 공식은 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는다. 그리고 현행 고등학교 <미적분> 교과서에 나오지 않는 내용이다. 하지만 본 문항은 삼각함수 배각 공식을 문제 자체에 언급하고 있고 풀이과정에서도 이 공식을 이용하여 문제를 해결하고 있으므로 명백히 교육과정을 위반한 문항이다.

7. 한양대학교

(1) 문항카드 6번 제시문, 2-3 문항

▶ 한양대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 6번 제시문, 2-3 문항

※ 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

1 이하의 모든 양의 실수 a, b, c와 $abcd=1$을 만족시키는 실수 d에 대하여 부등식

$$a+b+c+d+\boxed{\frac{1}{abc+abd+acd+bcd}}\geq M$$

을 만족시키는 양의 실수 M의 최댓값을 다음과 같이 구하고자 한다.

※ 2-3 문항

3. 다음 부등식을 만족시키는 양의 실수 K의 최댓값을 제시문과 동일한 방법으로 구하시오. (단, 실수 a, b, c, d는 제시문과 동일한 조건을 만족한다.)

$$2(a+b+c+d)+\boxed{\frac{17}{abc+abd+acd+bcd}}\geq K$$

▶ 한양대학교 문항카드 6번 제시문, 2-3 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

- 산술·기하·조화평균

1) $a>0, b>0$이면 $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}\geq\frac{2ab}{a+b}$ (단, 등호가 $a=b$일 때 성립한다.)

2) $a>0, b>0, c>0$이면 $\frac{a+b+c}{3}\geq\sqrt[3]{abc}\geq\boxed{\frac{3abc}{ab+bc+ac}}$ (단, 등호가 $a=b=c$일 때 성립한다.)

조화평균 [harmonic mean , 調和平均]

n개의 양수 $a_1, a_2, \ldots, a_n$에 대하여 그 역수 $1/a_1$, $1/a_2$, ..., $1/a_n$을 산술평균한 것의 역수

$$\frac{1}{\frac{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}}{n}}=\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}}$$

- <해석학>

▶ 한양대학교 문항카드 6번 제시문, 2-3 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

[10수학03-08] 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.

<한양대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 6번 [제시문], [2-3] 문항은 교육과정을 벗어난다. [제시문]과 [2-3] 문항은 고등학교 <수학>교과서 내의 절대부등식과 관련된 문제인데 제시된 부등식에서 조화평균에 대한 식이 포함되어 있다. 조화평균에 대한 개념은 2015 개정 교육과정과 교과서에서도 소개되지 않는 개념이며 대학의 교재인 <해석학>의 절대부등식과 관련된 개념에서 학습할 수 있다. 또한 고등학교의 절대부등식과 관련된 증명에서는 일반적으로 실수의 성질을 이용해 간단한 절대부등식만 다루고 있는데 반해 본 문항의 절대부등식의 증명과정에서 f(x), g(x), h(x)같이 무려 3개의 함수를 새롭게 정의하여 미분과 실수의 성질을 혼합하

여 주어진 명제를 증명하고 있어 증명과정이 복잡하다. 이는 '간단한 절대부등식을 증명할 수 있다' 라는 2015 개정 교육과정의 성취기준을 벗어난 것이다.

(2) 문항카드 9번 1-3 문항

▶ 한양대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 9번 1-2 문항

※ 문항

2. $a_k < 2^{2020}$ 이고 $k \le 2^{100}$ 인 자연수 k의 개수를 구하시오.

3. a_1, a_2, a_3, ⋯ 중 가장 작은 수를 α라 하자. $n > 2$인 자연수 n에 대하여 $a_k = \alpha$ 이고 $k \le 2^n$ 인 자연수 k의 개수를 c_n이라 하자.
$S_n = \sum_{t=1}^{n} \frac{2(n-1)}{2c_n + t(n-1)}$ 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값을 구하시오.

※ 예시답안

$\boxed{a_{2^m}} = (a_{2^{m-1}} - 2020)^{2021} + 2020 = 2021$

$\boxed{a_{2^m+1}} = (a_{2^{m-1}} - 2022)^{2020} + 2018 = 2019$

$\boxed{a_{2^l(2^m+1)}} = (a_{2^{l-1}(2^m+1)} - 2020)^{2021} + 2020 = 2019$

$\boxed{a_{2^l(2^m+1)+1}} = (a_{2^{l-1}(2^m+1)} - 2022)^{2020} + 2018 > 2^{2020}$ 이다.

▶ 한양대학교 문항카드 9번 1-2 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

앞에서 정의한 부분수열을 다음과 같이 생각하면 쉽게 이해할 수 있다.

$\{x_n\}$: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, ⋯

$\{x_{n_k}\}$: x_{n_1}, x_{n_2}, x_{n_3}, x_{n_4}, x_{n_5}, ⋯

따라서 부분수열 $\{x_{n_k}\}$에서 첨자 n_k는 $k \le n_k$가 됨을 알 수 있다(연습문제 2).

- <해석학>

▶ 한양대학교 문항카드 9번 1-2 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

- 수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법, a_n, $\{a_n\}$, $\sum_{k=1}^{n} a_k$

<한양대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 6번 [제시문], [1-2] 문항에 제시된 수열 표현 방식은 대학교재 <해석학>의 '부분수열' 의 정의와 연관된다. 2015 개정 교육과정 내 <수학 I > 교과서의 수열 단원에서 사용할 수 있는 기호 표현에는 (a_n) 형태만 사용할 수 있음을 명시고 있지만 예시답안에서 a_{2^k}와 같이 수열의 첨자에 2^k가 있는 형태는 고등학교 교과서나 2015 개정 교육과정에서도 사용할 수 없는 기호 표현이다. 교육과정 내에 허용된 기호 표현을 사용하지 않고 대학 교재의 내용과 연관되어 출제되었다.

(3) 문항카드 10번 제시문, 2-3 문항

▶ 한양대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 9번 1-3 문항

※ 제시문

<라> 연속함수 $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$에 대하여 닫힌구간 $[c, d]$에서 $p(x) \le q(x) \le r(x)$이면

$$\int_c^d p(x)dx \le \int_c^d q(x)dx \le \int_c^d r(x)dx$$

※ 2-3 예시답안

$$-\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right) \le \ln\left(\frac{\sqrt{1+e^t}-1}{\sqrt{1+e^t}+1}\right) \le 0 \quad \text{......} \quad (7)$$

제시문 <라>에 의하여, 임의의 양수 x에 대하여

$$-\ln\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right)x \le \int_0^x \ln\left(\frac{\sqrt{1+e^t}-1}{\sqrt{1+e^t}+1}\right)dt \le 0$$

▶ 한양대학교 문항카드 10번 제시문, 2-3 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

적분의 비교 성질

6. $a \le x \le b$인 x에 대하여 $f(x) \ge 0$이면, $\int_a^b f(x)dx \ge 0$이다.

7. $a \le x \le b$인 x에 대하여 $f(x) \ge g(x)$이면, $\int_a^b f(x)dx \ge \int_a^b g(x)dx$이다.

8. $a \le x \le b$인 x에 대하여 $m \le f(x) \le M$이면, 다음 부등식이 성립한다.

$$m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$$

성질 8의 증명 $m \le f(x) \le M$이므로 성질 7에 의하여

$$\int_a^b m dx \le \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b M dx$$

이다. 성질 1을 이용하여 위 식의 좌변과 우변의 적분을 계산하면

$$m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$$

임을 얻는다.

- <미분적분학>

▶ 한양대학교 문항카드 10번 제시문, 2-3 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 교과서

정적분의 성질 (1)

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

❶ $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ (단, k는 실수이다.)

❷ $\int_a^b \{f(x)+g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$

❸ $\int_a^b \{f(x)-g(x)\}dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$

- 고등학교 <수학Ⅱ> 교과서

※ 교육과정

[12수학Ⅱ03-02] 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.

<한양대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 6번 [제시문 라]에 제시된 부등식에 대한 성취기준을 제시하지 않고 부등식에 대한 증명 없이 [2-3] 문항의 풀이과정에서 사용하고 있다. [제시문 라]에 제시된 부등식은 적분의 성질이 소개 되어있는 고등학교 <수학Ⅱ> 교과서에서 다루지 않는다. 또한 교육과정내의 성취기준에도 포함되어 있지 않는다. [제시문 라]에 있는 적분의 부등식에 관련된 성질은 대학 교재 <미분적분학> (대학미적분학 - james stewart)에서 배운다.

8. 홍익대학교

▶ 홍익대학교 논술전형 (자연계) 문항카드 9번 제시문

※ 제시문

실수 계수를 갖는 n차 다항함수 $f(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$가 다음의 조건 (a)와 (b)를 만족한다.

(a) $a_n > 0$, $a_{n-1} \cdots a_1 a_0 \neq 0$
(b) 함수 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 그래프들은 x축에 접하지 않는다.

▶ 홍익대학교 문항카드 9번 제시문이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

정의 3.5.1 환 R와 부정원 x에 대하여 다음과 같은 꼴의 형식적인 무한합(formal infinite sum)을 $\boldsymbol{R}$ **위의** (x에 관한) **다항식**(polynomial)이라고 한다.

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots \qquad (a_i \in R)$$

(유한 개를 제외한 모든 i에 대하여 $a_i = 0$)

그리고, R 위의 x에 관한 다항식 전체의 집합을 $R[x]$로 나타낸다.

위의 정의에서 $a_0, a_1 x, \cdots, a_n x^n, \cdots$을 $f(x)$의 **항**(term)이라 하고 특히 a_0를 **상수항**이라고 하며 $a_0, a_1, \cdots, a_n, \cdots$을 $f(x)$의 **계수**(coefficient)라고 한다. 그리고, $i > n$인 모든 i에 대하여 $a_i = 0$일 때, $f(x)$를

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$$

나타낸다.

\- <현대대수학>

▶ 홍익대학교 문항카드 9번 제시문이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 교육과정 - 평가방법 및 유의사항 - 수학Ⅱ

- 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.

<홍익대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 9번 [제시문]에 주어진 n차 다항함수 표현은 대학의 교재인 <현대대수학> (현대대수학 8판- 박승안)에서 나오는 표현 방법이다. 2015 개정 교육과정과 교과서에서는 최대 3차 또는 4차 다항함수까지만 다루며 다항식의 차수가 n인, n차 다항함수는 다루지 않는다.
또한 본 문제를 해결함에 있어 도함수를 활용하여 함수의 그래프 개형을 그릴 수 있어야 하는데 제시문에 주어진 식이 n차 다항함수이며 도함수의 그래프 개형을 쉽게 예측하기 어렵다, 이는 2015 개정 교육과정의 평가 방법 및 유의사항으로 제시된 '도함수를 활용하여 함수의 그래프 개형을 그릴 때는 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.' 를 벗어난 내용이다. 또한 제시문에 주어진 내용으로 주어진 5개의 소문항을 풀어야하고 예시답안의 풀이과정에도 제시문 주어진 함수를 계속해서 이용하고 있어 제시문의 내용을 이해하지 않으면 5개의 소문항 (1), (2), (3), (4), (5)를 해결할 수 없다.

9. 경북대학교

▶ 경북대학교 논술전형 (의학계) 문항카드 12번 제시문, 3-1, 3-3 문항

※ 제시문 <조건(1)>

$x \geq 0$에서 연속인 함수 $f(x)$가 $x > 0$에서 미분가능하고, 음이 아닌 모든 실수 a, b에 대하여 다음 조건 (I)을 만족시킨다.

(I): $m \geq 0, n \geq 0, m+n > 0$인 모든 실수 m, n에 대하여

$$f\left(\frac{mb+na}{m+n}\right) \leq \frac{mf(b)+nf(a)}{m+n}$$

다음 물음에 답하시오.

※ 3-1 문항

【3-1】 (1) $0 \leq a \leq x \leq b$일 때

$$f(x) \leq \frac{x-a}{b-a}f(b)+\frac{b-x}{b-a}f(a)$$

임을 증명하시오. (단, $a < b$) (15점)

※ 문항해설

5. 문항 해설

문제에서 정의된 조건 (I)을 만족하는 함수는 여러 가지 성질을 지니고 있다.

1. 한 구간에서 함수의 그래프 위의 서로 다른 두 점 사이에 있는 곡선 부분은 그 두 점을 잇는 선분보다 항상 아래쪽에 있다.
2. 한 점에서의 함숫값은 그 점을 중심으로 하는 구간에서의 평균값보다 항상 작거나 같다.

이러한 성질을 복잡한 함수의 정적분 값을 원하는 오차범위 내에서 효과적으로 근사하기 위하여 활용할 수 있다.

▶ 경북대학교 문항카드 12번 제시문, 3-1 문항이 대학 과정에서 출제되었음을 증명하는 대학 교재

볼록함수

6.4.5 정의 $I \subseteq \mathbb{R}$를 구간이라 하고 $f : I \to \mathbb{R}$라 하자. $0 \leq t \leq 1$을 만족하는 임의의 t와 I의 임의의 점들 x_1, x_2에 대하여

$$f((1-t)x_1 + tx_2) \leq (1-t)f(x_1) + tf(x_2)$$

가 성립하면, f는 I에서 **볼록하다**(convex)고 한다.

$x_1 < x_2$이면, t가 0에서 1까지 움직일 때 점 $(1-t)x_1 + tx_2$는 x_1에서 x_2까지의 구간을 횡단함에 주목하라. 따라서 f가 I에서 볼록하고 $x_1, x_2 \in I$이면, f의 그래프에 있는 두 점 $(x_1, f(x_1))$과 $(x_2, f(x_2))$를 연결하는 현은 f의 그래프 위쪽에 놓이게 된다(그림 6.4.1을 보라).

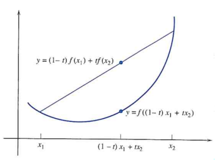


그림 6.4.1 볼록함수

\- <해석학>

<경북대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 9번 [제시문], [3-1], [3-3] 문항 교육과정을 벗어난다. 주어진 <조건 1>은 ‘볼록함수’ 와 관련된 계념과 연관된다. 문항해설에서도 <조건1>의 부등식에 대한 성질을 소개 하고

있는데 이 성질은 대학 교재에서 나오는 '볼록함수' 의 성질과 일치한다. 문항 출제 근거에도 <조건1>에 대해서 성취기준을 제시하고 있으며 문제 [3-1], [3-3] 풀이과정에서도 <조건1>을 증명 없이 이용하고 있다. '볼록함수' 와 관련된 개념은 2015 개정 교육과정 상에서 다루지 않으며 대학의 교재인 <해석학> (실해석학 개론 개정 4판 - 강수철)에서 볼록함수 정의와 성질을 학습한다.

10. 부산대학교

▶ 부산대학교 논술전형 (의학계) 문항카드 5번 2-1 문항

※ 예시답안

[2-1]

함수 $h(x)$는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h(x) &= \int_0^x \{3(\pi+\cos t)^2 + a(\pi+\cos t)+b\}dt \\ &= \int_0^x \{3\cos^2 t + (6\pi+a)\cos t + 3\pi^2 + \pi a + b\}dt \\ &= \int_0^x \left\{3\left(\frac{\cos 2t+1}{2}\right) + (6\pi+a)\cos t + 3\pi^2 + \pi a + b\right\}dt \end{aligned}$$

▶ 부산대학교 문항카드 5번 2-1 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

2007 개정 교육과정 성취기준 - <수학Ⅱ>	2015 개정 교육과정 성취기준 - <미적분>
㈐ 삼각함수 [1] 삼각함수의 덧셈정리 ① 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. ② 삼각함수의 배각의 공식, 반각의 공식을 이해한다.	[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. • 삼각함수의 덧셈정리와 관련하여 복잡한 문제는 다루지 않는다.

<부산대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 5번 2-1 문항은 교육과정을 벗어난다. 문항의 풀이과정에서 코사인함수의 반각공식을 사용하고 있다. 삼각함수의 배각공식 및 반각공식은 2015 개정 교육과정에 다루지 않는 내용이다.

11. 울산대학교

▶ 울산대학교 논술전형 (의학계) 문항카드 4번 4-1, 4-2 문항

※ 제시문

집합 X의 모든 원소 $x_i(i=1,2,3,4,5)$에 대하여 $2x_i-3>0$ 또는 $2x_i-3<0$ 이다.
다음과 같이 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$을 귀납적으로 정의한다.
(가) $a_1=1$ 이고 $b_1=1$ 이다.
(나) a_{n+1}과 $b_{n+1}(n\ge 1)$은 다음과 같이 세 가지 경우로 나누어 정의한다.

※ 4=1 문항 예시답안

$$2a_{n+1}+3b_{n+1}=2a_n+3b_n+|2x_\ell-3|\text{---(식1)}$$

$x\in X$일 때, $|2x-3|$의 최솟값을 K라고 하자.
(식1)과 K를 이용하면 다음 성립한다.

$$\begin{aligned}2a_{n+1}+3b_{n+1}&=2a_n+3b_n+|2x_\ell-3|\\ &\ge 2a_n+3b_n+K=2a_1+3b_1+nK=5+nK\text{---(식2)}\end{aligned}$$

※ 4=2 문항 예시답안

[문항 4-2]
(경우1)을 만족시키는 자연수 n이 존재하지 않는다고 가정하자.
4-1에 있는 식의 양변을 제곱하면 다음이 성립하고

$$(2a_{n+1}+3b_{n+1})^2\ge(5+nK)^2$$

▶ 울산대학교 문항카드 4번 4-1, 4-2 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 2007 개정 교육과정 - 점화식

$a_1=a$ 이고, $a_{n+1}=pa_n+q$ $(p\neq 0,\ p\neq 1)$로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서

$$a_{n+1}-\alpha=p(a_n-\alpha)\ (\text{단, }\alpha\text{는 상수})$$

의 꼴로 변형하면 수열 $\{a_n-\alpha\}$는 첫째항이 $a-\alpha$이고, 공비가 p인 등비수열이 되므로 이를 이용하여 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구할 수 있다.

※ 2015 개정 교육과정

(나) 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 수열의 합에서는 자연수의 거듭제곱의 합 $\sum_{k=1}^{n}k$, $\sum_{k=1}^{n}k^2$, $\sum_{k=1}^{n}k^3$과 수열의 합이 간단한 것만 다룬다.
- 수열과 관련된 여러 가지 문제를 귀납적으로 표현할 수 있게 하고, 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 문제는 다루지 않는다.
- 수학적 귀납법에 의한 증명은 원리를 이해할 수 있는 정도로 간단하게 다룬다.

<울산대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 4번 4-1, 4-2 문항은 교육과정을 벗어난다. 귀납적으로 정의된 수열 a_n과 b_n에 대해 $2a_{n+1}+3b_{n+1}$의 수열의 일반항을 찾는 과정에 2015 개정 교육과정에서는 다루지 않는 ‘귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 과정’이 포함되어 있다. 식의 가운데에 부등호가 있어서 수열

처럼 보이지 않아도 수열 $2a_{n+1}+3b_{n+1}$을 새로운 수열 c_n으로 간주한다면 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는 점화식의 형태와 유사해 2015 개정 교육과정의 수준과 범위를 벗어난다.

12. 인하대학교

(1) 문항카드 3번 2-1 문항

▶ 인하대학교 논술전형 (의학계) 문항카드 3번 제시문, 2-1 문항

※ 제시문

(다) $\sin^2 x$의 부정적분은 다음과 같다.

$$\int \sin^2 x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C \quad (C\text{는 적분상수})$$

※ 2=1 문항 예시답안

부분적분법과 제시문 (다)를 이용하면

$$\boxed{\int x\sin^2 x\,dx = x\left(\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}\right) - \int\left(\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}\right)dx}$$
$$= \frac{x^2}{4} - \frac{x\sin 2x}{4} - \frac{\cos 2x}{8} + C$$

이다. 따라서

$$\int_0^\pi x^2(F(x)-F(0))dx = \left[\frac{1}{2}x^2\sin^2 x\right]_0^\pi - \int_0^\pi \frac{1}{2}x\sin^2 x\,dx$$
$$\boxed{\begin{aligned} &= -\int_0^\pi \frac{1}{2}x\sin^2 x\,dx \\ &= -\left[\frac{x^2}{8} - \frac{x\sin 2x}{8} - \frac{\cos 2x}{16}\right]_0^\pi = -\frac{\pi^2}{8} \end{aligned}}$$

▶ 인하대학교 문항카드 3번 2-1 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

2007 개정 교육과정 성취기준 - <수학Ⅱ>	2015 개정 교육과정 성취기준 - <미적분>
㈐ 삼각함수 [1] 삼각함수의 덧셈정리 ① 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. ② 삼각함수의 배각의 공식, 반각의 공식을 이해한다.	[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. • 삼각함수의 덧셈정리와 관련하여 복잡한 문제는 다루지 않는다.

<인하대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 3번 [2-1] 문항은 교육과정을 벗어난다. $\sin^2 x$의 부정적분은 고등학교 <미적분> 교과서의 여러 가지 적분법에서 다루지 않는 내용이며 $\sin^2 x$을 적분하기 위해서 삼각함수의 반각공식을 사용해서 적분해야 하는데 삼각함수의 반각공식은 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는 내용이다, 또한 $\sin^2 x$의 부적적분의 결과를 [2-1]문항의 풀이과정에서 반복적으로 사용하고 있어 교육과정의 수준과 범위를 벗어난 문항이다.

(2) 문항카드 5번 3-2 문항

▶ 인하대학교 논술전형 (의학계) 문항카드 5번 3-2 문항

※ 3-2 문항 예시답안

(3-2) 우선, $m=1$일 때는 A가 $\{-2, -1, 1, 2\}$ 중 3개의 원소를 포함한다면 주어진 조건을 만족하지 않으므로 A의 원소는 2개 이하여야 한다. 이제, 수학적 귀납법에 따라 $m=k$일 때 성립한다고 가정하고 $k+1$일 때 성립함을 보이자. $-2k-2,\ 2k+2 \in A$ 인 경우는 3-1 (b)에서 증명하였다. 이제 다음과 같은 3가지 경우를 따져 보자.

(i) $-2k-2 \in A,\ 2k+2 \notin A$인 경우.

(i)-1: $2k+1 \notin A$이면, 집합 $A \cap \{-2k, -2k+1, \ldots, 2k-1, 2k\}$은 수학적 귀납법의 가정에 의해 $2k$개 이하의 원소를 갖는다. 따라서 A는 더 가질 수 있는 원소가 $-2k-2, -2k-1$ 뿐이므로 $2k+2$개 이하의 원소를 갖는다.

(i)-2: $2k+1 \in A$이면, 앞의 (3-1)과 같은 논법에 의해

◆ $i \in \{1, 2, \ldots, k+1\}$에 대하여 $i,\ 2(k+1)-i$ 중 하나는 A에 속하지 않으므로($\because$ $-2k-2 \in A$) $2(k+1)$개의 양의 정수 중 $k+1$개가 빠지고 또한 $2k+2 \notin A$이므로, 모두 $k+2$개가 빠진다. 따라서 양의 정수 중에서는 k개 이하가 A에 속한다.

◆ $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$에 대하여 $-i,\ (-2k+1)+i$ 중 하나는 A에 속하지 않으므로($\because$ $2k+1 \in A$), 음의 정수 중에서 k개가 빠지므로 음의 정수는 $k+2$개 이하가 A에 속한다.

따라서 $n(A) \le k+(k+2) = 2(k+1)$이다.

(ii) $-2k-2 \notin A,\ 2k+2 \in A$인 경우는 (ii)과 대칭적인 이유로 성립한다.

(iii) $-2k-2 \notin A,\ 2k+2 \notin A$, 인 경우, 앞의 (i)-1과 동일한 수학적 귀납법에 의해 $n(A) \le 2k+2$이다.

(3-3) 모든 홀수들의 집합은 $2m$개의 원소로 이루어져 있고, 주어진 조건을 만족한다. 왜냐하면 세 홀수의 합이 0이 될 수는 없기 때문이다. 또 다른 예로는

$$A = \{-2m+1, 2m+2, \ldots, -m+1\} \cup \{m-1, m, m+1, \ldots, 2m-1\}$$

가 있다.

▶ 인하대학교 문항카드 5번 3-2 문항이 2015 개정 교육과정을 위반한 근거

※ 교육과정 교수 학습 및 유의사항

- 수학적 귀납법에 의한 증명은 원리를 이해할 수 있는 정도로 간단하게 다룬다.

<인하대학교 논술전형 (자연계)> 문항카드 5번 3-2 문항은 교육과정을 벗어난다. 2015 개정 교육과정에서 ‘수학적 귀납법에 의한 증명은 원리를 이해할 수 있는 정도로 간단한 것만 다룬다.’ 라고 명시되어 있다. [문제 3-2]의 증명과정은 수학적 귀납법을 이용하고 있지만 경우가 4가지로 나누어 증명해야 하므로 증명과정이 복잡하다. 수학적 귀납법으로 명제를 증명하는데 있어서 여러 가지 경우로 나누어 증명하는 것은 고등학교 <수학 I>교과서에서 다루지 않는 내용이다