

대학별고사 문항 분석 기준	
①	교육과정 성취기준 또는 평가기준에 명시된 사항을 벗어난 경우
②	교육과정 성취기준 또는 평가기준에 명시되지 않은 내용을 출제한 경우
③	대학과정의 내용이 포함되어 출제된 경우

[표1] 서울 15개 대학의 2022학년도 대학별고사 자연계열 논술·구술시험 수학 문항 중에서 교육과정을 벗어나 출제된 것으로 판정된 문항

대학		논술 전형	해당 문제		미준수 내용	유형			NO
NO	대학명		문항 카드 번호	소문항 번호		①	②	③	
1	건국대	논술 우수자전형	3	1-2	• 이항계수의 최댓값을 구하는 것은 고교 교육과정 성취기준에 없는 내용임.		○		1
2	경희대	논술 우수자전형	.	4-2	• 세 사건 이상에서의 조건부확률 (교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수)	○			2
			.	4-4 (1)	• 미분을 이용한 계산과정이 지나치게 복잡함. (교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수) • 함수열의 기호 사용 (대학과정)			○	3
			.	5-1 (2)	• 삼각함수의 극한을 구하는 과정이 복잡함. (교수·학습 방법 및 유의사항 미준수)	○			4
			.	5-2 (2)	• 함수 r(t)의 그래프는 지나치게 복잡함. (교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수)	○			5
			.	5-4 (2)	• 변수가 3개인 S(삼각형의 넓이)의 미분 (교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수)	○			6
3	동국대	논술전형	7	문제1	• 함수방정식 $f(x+y)-f(x-y)=2f(x)f(y)$ (대학과정)			○	7
			9	문제3	• 적분구간에 함수가 있는 적분기호 표현 (교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수)			○	8
4	서강대	논술(일반)전형	5	1-2	• $E\left(\frac{1}{X}\right)$ (교육과정에서 다루지 않는 기호) • <확률과 통계> 성취기준 벗어남	○			9
			5	1-3	• 조건부확률에서 세 가지 사건을 다룸 (교육과정 평가방법 및 유의사항 미준수)	○			10
			7	1-4	• 함수방정식(대학과정), 계차수열, 점화식 (교육과정 교수학습방법 및 유의사항 미준수)			○	11
			8	2-2	• 적분구간이 미지수인 적분 기호 표현 • 정적분을 이용한 지나치게 복잡한 문제	○			12
5	서울대	구술 면접전형	CD	1-2	• 계산 복잡 (평가방법 및 유의사항 미준수)	○			13
				1-3	• '좋은점' (새로운 정의)		○		14
			C	문제2	• 대학과정의 다항식 기호 표현 사용			○	15
			D	문제1	• 부등식의 영역 (2015 개정 교육과정에서 삭제)		○		16

#붙임 : 2022학년도 대학별고사 교육과정 미준수 판정 근거

구분	대학	논술 전형	해당 문제		미준수 내용	유형			NO	
			문항 카드 번호	소문항 번호		①	②	③		
6	서울 시립대	논술전형	1	(a), (b)	• 사선공식		○		17	
			4	문제4	• 수열의 점화식 표현 (교육과정에서 삭제)		○		18	
			7	문제3	• 미지수가 3개인 일차방정식의 해 • 정수해의 개수를 찾는 과정은 대학과정 내용			○	19	
7	성균관대	논술 우수전형	10	1-i	• 계차수열 (교육과정에서 삭제된 내용)		○		20	
				1-ii	• 계차수열 (교육과정에서 삭제된 내용)		○		21	
				1-iii	• 2의 지수에 함수식이 있는 기호 표현	○			22	
			11	제시문	• 함수열의 기호 표현 (대학과정)			○	23	
			20	01-iii	• 지나치게 복잡한 함수의 그래프 개형 그리기	○			24	
8	숙명여대	논술 우수전형	5	제시문 (가)	1-1	• 유리수(새로운 정의), 대학과정(정수론) 내용			○	25
				1-2	• 유리수(새로운 정의), 대학과정(정수론) 내용			○	26	
9	연세대	논술전형	5	문제3	• 새로운 함수 $f(N), g_N(m)$ 및 기호 표현 • '분할' (교육과정에서 삭제 / 대학과정 내용)			○	27	
10	이화여대	논술전형	7	문제1	• 함수와 수열의 혼합된 기호 표현, 특성다항식			○	28	
11	중앙대	논술전형	13	3-2	• 복잡한 문제 (평가방법 및 유의사항 미준수)	○			29	
				19	3-1	• 부등식의 영역 (교육과정에서 삭제된 내용)	○			30
			24	3-2	• 복잡한 그래프 (평가방법 및 유의사항 미준수)	○			31	
				2-2	• 복잡한 계산 (평가방법 및 유의사항 미준수)	○			32	
12	한국외대	논술고사	5	5	• 산술 기하 평균을 활용한 문제	○			33	
13	한양대	논술전형	8	2-2	• 복잡한 계산 (평가방법 및 유의사항 미준수)	○			34	
14	홍익대	논술전형	6	2-(1)	• 전확률의 정리 (대학과정)			○	35	
총 계						16	7	12		

※ 각 대학별 교육과정을 벗어난 문항으로 판정된 것만 표로 정리하였습니다.

# 1. 건국대학교

▶ 건국대학교 논술우수자전형 자연계열 문항카드 3번 1-2 문항

※ 제시문 / 문항 - 이항계수의 최댓값

(라)  $(5+2x)^{60}$ 을 전개했을 때  $x^k$ 의 계수를  $a_k$ 라 하자. 즉,

$$(5+2x)^{60} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_kx^k + \dots + a_{60}x^{60}$$

문제 1-2

제시문 1의 (라)에서 계수  $a_k$  ( $0 \leq k \leq 60$ ) 중 가장 큰 것을  $a_p$ , 두 번째로 큰 것을  $a_q$ 라 하자.  $p$ 와  $q$ 를 구하고 풀이 과정을 쓰시오.

※ 문항 예시답안 (풀이과정) - 두수의 대소를 비교하기 위해 비율을 사용함

먼저  $a_k < a_{k+1}$ 이 되는 필요충분조건은  $\frac{a_{k+1}}{a_k} > 1$ 이다. 한편,  $a_k < a_{k+1}$ 일 때,

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{5^n \cdot {}_n C_{k+1} \cdot (\frac{2}{5})^{k+1}}{5^n \cdot {}_n C_k \cdot (\frac{2}{5})^k} = \frac{2}{5} \cdot \frac{n-k}{k+1} > 1$$

※ 2015 개정 수학과 교육과정 - <확률과 통계> ‘이항정리’와 관련된 성취기준

② 이항정리

[12확통01-03] 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

※ 수학 교과서 - 고1 <공통수학> 명제 단원, 절대부등식 증명에 사용하는 ‘실수의 성질’



실수의 성질

$a, b$ 가 임의의 실수일 때

①  $a > 0, b > 0 \iff a+b > 0, ab > 0$

②  $a > b \iff a-b > 0$

③  $a^2 \geq 0, a^2 + b^2 \geq 0$

④  $a^2 + b^2 = 0 \iff a=0, b=0$

⑤  $|a|^2 = a^2, |ab| = |a| |b|$

⑥  $a > 0, b > 0$ 일 때,  $a > b \iff a^2 > b^2$

본 문항의 제시문 (라)에는 이항정리에 관한 내용이 설명 되어있고 문항 1-2에는 이항정리에서 ‘이항계수의 최댓값’을 구하라고 되어 있습니다. 하지만 이항정리에서 ‘이항계수의 최댓값’을 구하는 것은 고교 교육과정의 선택과목인 <확률과 통계>의 성취기준에는 없는 내용입니다. 그리고 문항 1-2의 예시답안에서 두 수의 크기를 비교하기 위해 ‘비율’을 사용하는 방법을 사용하고 있으나 고교 교육과정 (고1 공통수학-절대부등식의 증명하기위해 사용하는 실수에 성질)에서는 두 수의 크기 비교를 위해 비율을 사용하는 방법을 다루고 있지 않습니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

## 2. 경희대학교

### ▶ 경희대학교 논술우수자전형 자연계열 4-2 문항

#### ※ 제시문 / 문항 - 이항계수의 최댓값

##### [논제 III]

체육 대회에서 예선을 통하여 상위 4개의 팀이 선발되었고, 이 중에서 우승팀을 결정하려고 한다. 우승팀을 결정하는 대진표는 아래와 같이 A, B, C 세 경기를 치르는 <대진표 1>과 X, Y, Z 세 경기를 치르는 <대진표 2>가 있다. 각 경기에서 한 팀이 다른 팀을 이길 확률은 예선 순위의 차이로 결정된다. 예선 상위 팀이 하위 팀을 이길 확률은 순위 차이가 1일 때  $p$ , 순위 차이가 2일 때  $q$ , 순위 차이가 3일 때  $r$ 이다. 예를 들어, 예선 1위 팀과 2위 팀이 경기를 할 때 1위가 이길 확률이  $p$ , 2위와 4위가 경기를 할 때 2위가 이길 확률이  $q$ , 1위와 4위가 경기를 할 때 1위가 이길 확률이  $r$ 이다. 단, 비기는 경우는 없으며,  $0.5 \leq p < q < r \leq 1$ 이다. <대진표 1>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률을  $P_1$ , <대진표 2>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률을  $P_2$ 라 하자.

(1)  $p = 0.6$ ,  $q = 0.7$ ,  $r = 0.8$ 일 때,  $P_1$ 과  $P_2$ 를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2)  $q = \frac{5}{6}$ ,  $r = 1$ 일 때,  $P_1$ 과  $P_2$ 를 각각  $p$ 의 식으로 나타내고,  $P_1 = P_2$ 가 되는  $p$ 를 구하시오.

그리고 그 근거를 논술하시오. (15점)

#### ※ 2015 개정 수학과 교육과정 - <확률과 통계> ‘확률’ 단원의 평가 방법 및 유의사항

##### (다) 평가 방법 및 유의 사항

- 세 사건 이상에서 서로 배반이거나 서로 독립임을 가정한 복잡한 문제는 다루지 않는다.
- 조건부 확률에 대한 이해를 평가할 때에는 과정 중심 평가를 할 수 있다.

[논제 II]에서 ‘예선 상위 팀이 하위 팀을 이길 확률은 순위 차이가 1일 때  $p$ , 순위 차이가 2일 때  $q$ , 순위 차이가 3일 때  $r$ 이다.’ 라고 제시되어 있는데 소문항 (1)과 (2)를 해결하기 위해서는 이 세 사건이 독립임을 가정하여 복잡한 우승확률을 계산하는 과정이 필요합니다. 하지만 2015 개정 수학과 교육과정 <확률과 통계> 교과와 확률 단원의 평가방법 및 유의사항에서는 ‘세 가지 이상에서 서로 배반이거나 서로 독립임을 가정한 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 라고 규정하고 있어 소문항 (1)과 (2)는 고교 교육과정의 평가기준을 준수하지 않고 출제된 것으로 판정됩니다.

▶ 경희대학교 논술우수자전형 자연계열 4-4 (1) 문항

※ 제시문 / 문항

[문제 IV]

<그림 1>과 같이 중심이 원점 O이고 반지름이 1인 원 위에 같은 간격으로 놓여 있는 세 개 이상의 점  $P_1, \dots, P_n$ 이 있다. 매순간 점  $P_k$  ( $k < n$ )는 점  $P_{k+1}$ 을 향하여 움직이고, 점  $P_n$ 은 점  $P_1$ 을 향하여 움직인다. 점  $P_1$ 은 점  $(1, 0)$ 에서 출발하고,  $\overline{OP_1} = \overline{OP_2} = \dots = \overline{OP_n} > 0$ 와  $\angle P_1OP_2 = \dots = \angle P_{n-1}OP_n = \angle P_nOP_1$ 는 항상

성립한다.  $\alpha = \frac{1 - \cos \frac{2\pi}{n}}{\sin \frac{2\pi}{n}}$  라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 매개변수  $t$ 가 동경  $OP_1$ 이 나타내는 각의 크기일 때, 점  $P_1$ 의 좌표  $(x_1, y_1)$ 을 나타내는 함수  $x_1 = f_1(t)$ ,  $y_1 = g_1(t)$ 를  $\alpha$ 를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

※ 문항 예시답안 (풀이과정) - 풀이과정이 지나치게 복잡함

(1)  $\theta = \frac{2\pi}{n} = \angle P_1OP_2 = \dots = \angle P_{n-1}OP_n = \angle P_nOP_1$ 이라 하자. 매개변수  $t$ 가 동경  $OP_1$ 이 나타내는 각의 크기일 때, 점  $P_1$ 의 좌표  $(x_1, y_1)$ 을 나타내는 함수는  $x_1 = f_1(t)$ ,  $y_1 = g_1(t)$ 이고, 점  $P_2$ 의 좌표  $(x_2, y_2)$ 를 나타내는 함수는  $x_2 = f_2(t)$ ,  $y_2 = g_2(t)$ 이다. 그림과 같이  $r = \overline{OP_1} = \overline{OP_2}$ 이라 하면  $f_1(t) = r \cos t$ ,  $g_1(t) = r \sin t$ ,  $f_2(t) = r \cos(t+\theta)$ ,  $g_2(t) = r \sin(t+\theta)$ 이다. 삼각함수의 덧셈정리에 의해,  $f_2 = r \cos t \cos \theta - r \sin t \sin \theta = f_1 \cos \theta - g_1 \sin \theta$ ,  $g_2 = r \sin t \cos \theta + r \cos t \sin \theta = g_1 \cos \theta + f_1 \sin \theta$ 이다.  $\frac{dy_1}{dx_1} = \frac{g_1'}{f_1'}$ 이 직선  $P_1P_2$ 의 기울기  $\frac{-g_1(1-\cos\theta) + f_1 \sin\theta}{-f_1(1-\cos\theta) - g_1 \sin\theta}$ 와 같으므로,  $(f_1' g_1 - f_1 g_1')(1-\cos\theta) = (f_1' f_1 + g_1' g_1) \sin\theta$ 이다.  $f_1'(t) = -r \sin t$ ,  $g_1'(t) = r \cos t$ 이므로  $f_1' g_1 - f_1 g_1' = -r^2$ 이고  $f_1' f_1 + g_1' g_1 = r^2$ 이므로,  $-r^2(1-\cos\theta) = r^2 \sin\theta$ 이다.

※ 2015 개정 수학과 교육과정 - <미적분> ‘미분법’ 단원의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

※ 대학 전공 수학 교재 <해석학> - 함수열의 개념 및 기호 표현

이 함수인 수열에 대하여 알아보자.  $D$ 는  $\mathbb{R}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이라 하자. 각 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f_n : D \rightarrow \mathbb{R}$ 을 정의할 때 수열  $\{f_n\}$ 을  $D$ 에서 정의된 함수열 (sequence of functions)이라 한다. 각  $x \in D$ 에 대하여 함수값의 수열  $\{f_n(x)\}$ 는 실수

문항 (1)에서 함수에 아래 첨자가 있는 함수의 기호 표현은 고교 교육과정에서 다루는 기호 표현이 아니며 대학 전공 수학 교재 <해석학>의 함수열과 관련된 개념에서 사용하는 기호입니다. 그리고 문항 (1)의 예시답안(풀이과정)에서도 볼 수 있듯이 미분을 이용해 문제를 해결하는 과정이 지나치게 복잡해 교육과정에서 규정하고 있는 <미적분> 교과와 평가 방법 및 유의사항을 준수하지 않은 것으로 판정됩니다.

▶ 경희대학교 논술우수자전형 자연계열 5-1 (2) 문항

※ 제시문 / 문항

(2) 삼각형 ABC의 세 변의 길이의 합  $g(\theta)$ 와 극한값  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ ,  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 를 구하시오.

※ 문항 예시답안 (풀이과정) - 풀이과정이 지나치게 복잡함

$$\frac{f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{\pi \sec \theta + 2\pi \csc \frac{\theta}{2} - \pi}{2 \tan \theta + 4 \cot \frac{\theta}{2}} = \frac{\pi \sin \frac{\theta}{2} \sec \theta + 2\pi - \pi \sin \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \tan \theta + 4 \cos \frac{\theta}{2}} \text{ 이고, } \theta \rightarrow 0 \text{ 이면}$$

$$\frac{\pi \sin \frac{\theta}{2} \sec \theta + 2\pi - \pi \sin \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \tan \theta + 4 \cos \frac{\theta}{2}} \rightarrow \frac{0 + 2\pi - 0}{0 + 4} = \frac{\pi}{2} \text{ 이므로, } \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{\pi}{2} \text{ 이다.}$$

또한,

$$\frac{f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{\pi \sec \theta + 2\pi \csc \frac{\theta}{2} - \pi}{2 \tan \theta + 4 \cot \frac{\theta}{2}} = \frac{\pi + 2\pi \cos \theta \csc \frac{\theta}{2} - \pi \cos \theta}{2 \sin \theta + 4 \cos \theta \cot \frac{\theta}{2}} \text{ 이고,}$$

$$\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \text{ 이면 } \frac{\pi + 2\pi \cos \theta \csc \frac{\theta}{2} - \pi \cos \theta}{2 \sin \theta + 4 \cos \theta \cot \frac{\theta}{2}} \rightarrow \frac{\pi + 0 - 0}{2 + 0} = \frac{\pi}{2} \text{ 이므로, } \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{f(\theta)}{g(\theta)} = \frac{\pi}{2} \text{ 이다.}$$

※ 2015 개정 수학과 교육과정 - <미적분> ‘여러 가지 함수의 미분법’ 단원의 평가 방법 및 유의사항

(나) 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 삼각함수의 극한은 삼각함수  $\sin x$ ,  $\cos x$ 의 도함수를 구하는 데 필요한 정도로 간단히 다룬다.

문항(2)는 함수의 극한값을 구하는 문제입니다. 하지만 함수  $f(\theta)$ 와  $g(\theta)$ 는 삼각함수가 포함된 함수입니다. 따라서 문항(2)에서 구하고자 하는 극한값을 구하기 위해서는 삼각함수의 극한값을 구해야 합니다. 하지만 함수  $f(\theta)/g(\theta)$ 는 삼각함수가 포함된 상당히 복잡한 함수이며  $\theta$ 값에 따라 극한값을 구하는 과정 또한 지나치게 복잡합니다. 따라서 문항(2)는 교육과정에 제시된 <미적분> 교과의 교수·학습 방법 및 유의사항을 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

▶ 경희대학교 논술우수자전형 자연계열 5-2 (2) 문항

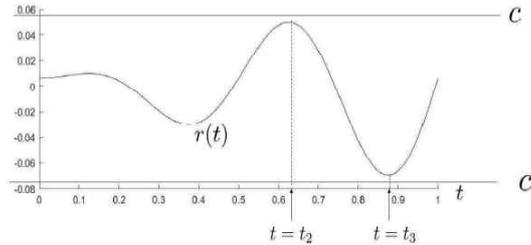
※ 문항 예시답안 (풀이과정) - 풀이과정이 지나치게 복잡함

이때,  $r(t)$ 와  $c$ 를 다음과 같이 두면,  $r(t) = \frac{1}{4\pi}t \sin 4\pi t + \frac{1}{(4\pi)^2} \cos 4\pi t$ ,  $c = \frac{1}{(4\pi)^2} + q_0$ ,

$h(t) = 0$ 의 해는  $r(t) = c$ 의 해가 된다.

$y = r(t)$ 의 그래프를 그리기 위해  $r(t)$ 의 극점을 구하면,  $r'(t) = t \cos 4\pi t = 0$  에서

$t_k = \frac{2k+1}{8}$ ,  $k = 0, 1, 2, 3$ 이 된다.



※ 2015 개정 수학과 교육과정 - <미적분> ‘미분법’ 단원의 평가방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

문제 (2)에 예시답안(풀이과정)에서 제시된 함수  $r(t)$ 는 삼각함수가 포함된 상당히 복잡한 함수이며 문제를 해결하기 위해서는 삼각함수의 미분, 합성함수의 미분 등 도함수를 활용하여 함수  $y=r(t)$ 의 그래프 개형(상단 그래프 참조)을 알아야 합니다. 하지만, 함수  $r(t)$ 의 극값은 무려 4개이고 각 구간에서 증감의 여부를 파악하기가 어려워 함수의 그래프를 그리는 과정이 상당히 복잡합니다. 교육과정의 <미적분>의 평가방법 및 유의사항에는 ‘여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 라고 명시되어 있습니다. 따라서 본 문항은 교육과정을 준수하지 않고 출제된 것으로 판정됩니다.

※ 제시문 / 문항

(2) 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

※ 문항 예시답안 (풀이과정) - 풀이과정이 지나치게 복잡함

$$S = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{-p+a}{aq} \right) \left\{ a - \frac{a^2(-q+1)}{p} \right\} = \frac{(p+aq-a)^2}{2pq} \text{이다.}$$

(2) 삼각형 ABC의 넓이 S를 p에 대하여 미분하면 (여기서,  $\frac{p^2}{a^2} + q^2 = 1$ 를 이용)

$$\frac{dS}{dp} = \frac{2(p+aq-a) \left( 1 + a \frac{dq}{dp} \right) pq - (p+aq-a)^2 \left( q + p \frac{dq}{dp} \right)}{2p^2q^2} \text{이고,}$$

$\frac{dq}{dp} = -\frac{p}{a^2q}$  와  $\frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 를 이용하여 이를 정리하면

$$\frac{dS}{dp} = \frac{(p+aq-a)(-2p^2+ap-a^2q+a^2)}{2ap^2q^3} = \frac{(p-a)(q-1)(aq-p)}{p^2q^3} \text{이다.}$$

※ 2015 개정 수학과 교육과정 - <미적분> ‘미분법’ 단원의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

문제 (2)는 앞선 문제 (1)에서 구한 삼각형 넓이(S)를 미분하여 최댓값을 구하는 문제입니다. 하지만 주어진 삼각형의 넓이(S)는 3개의 미지수(a, p, q)를 포함하고 있는 복잡한 형태의 식입니다. 문제 (2)의 예시답안에도 언급되어있는 것처럼 이 식을 p에 대해서 미분하는 과정에서 음함수의 미분법, 유리함수의 미분법을 복합적으로 사용해야 해 그 과정이 상당히 복잡하고 그 결과로 얻어지는 도함수도 상당히 복잡한 형태의 식임을 알 수 있습니다. 고교 교육과정의 <미적분>의 미분법 단원의 평가 방법 및 유의사항에서는 ‘여러 가지 미분법 과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 라고 되어 있습니다. 따라서 문제 (2)는 고교 교육과정의 평가 방법 및 유의사항을 준수하지 않은 것으로 판정됩니다.

### 3. 동국대학교

▶ 동국대학교 논술우수자전형 자연계열 문항카드 7번 문제1

※ 제시문 / 문항

[문제1] 실수 전체에서 도함수와 이계도함수가 존재하는 함수  $f$ 가 모든 실수  $x, y$ 에 대하여  $f(x+y) - f(x-y) = 2f(y)f'(x)$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = a$  ( $a > 0$ ) 를 만족한다고 하자.

이 때,  $f'(0)$ ,  $f''(0)$ ,  $\int_0^2 f(x)dx$ 를 각각 구하시오.

※ 대학과정에서 다루는 '함수방정식' 관련 내용

#### 13.1 The remaining Cauchy equations

The following functional equations are also referred to as Cauchy's equations (Cauchy [41]; cf. also Aczél [5])

$$f(x+y) = f(x)f(y), \tag{13.1.1}$$

$$f(xy) = f(x) + f(y), \tag{13.1.2}$$

$$f(xy) = f(x)f(y). \tag{13.1.3}$$

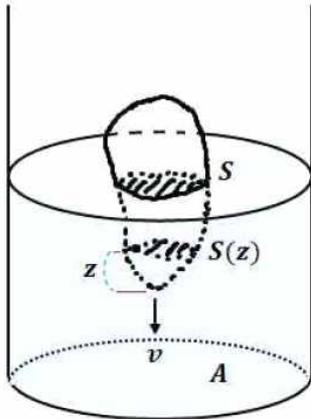
(출처: <Cauchy's Equation and Jensen's Inequality>)

[문제 1]에 제시되어 있는  $f(x+y)-f(x-y)=2f(y)f'(x)$ 와 같은 형태의 식은 대학과정에서 배우는 함수방정식이며 함수방정식과 관련된 내용은 고교 수학과 교육과정의 성취기준 어디에도 명시되어 있지 않습니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

▶ 동국대학교 논술우수자전형 자연계열 문항카드 9번 문제3

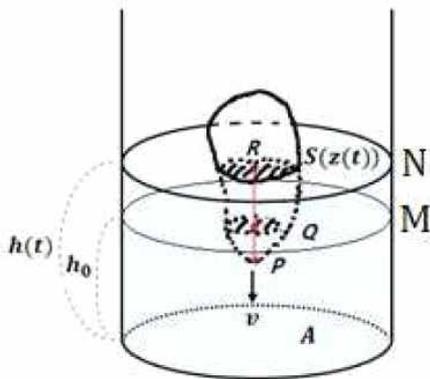
※ 제시문 / 문항

[문제3] 밑면의 넓이가  $A$  ( $m^2$ )인 원기둥 모양의 물통에 일정량의 물이 채워져 있다. 그리고 이 물통에 속이 꼭 들어찬 입체도형이 아래 그림과 같이  $v$  ( $m/s$ )의 일정한 속력으로 하강하고 있다. 수면을 확장한 평면으로 입체도형을 자른 단면의 넓이가  $S$  ( $m^2$ )인 순간, 수면의 상승 속도를 구하시오.



(단, 입체도형이 완전히 잠길 만큼 물통에 물이 많으며 또한 입체도형이 완전히 잠겨도 물이 넘치지 않을 만큼 물통이 충분히 크고, 입체도형은 회전하지 않으며 수직으로 하강한다. 그리고 입체도형의 최하단에서 거리가  $z$  ( $m$ )인 수면에 평행한 평면으로 자른 입체도형의 단면의 넓이  $S(z)$  ( $m^2$ )는  $z$ 에 대해 연속이다.)

※ 문항 예시답안 (풀이과정)



그러면 입체도형이 일정한 속력  $v$ 로 하강하기 때문에 시간  $t$  동안 입체도형이 하강한 길이, 즉 선분  $\overline{PQ}$ 의 길이는  $vt$ 가 된다. 또한 선분  $\overline{PR}$ 의 길이는  $\overline{PQ}$ 의 길이와  $\overline{QR}$ 의 길이의 합이므로  $z(t) = vt + h(t) - h_0$ 를 얻는다. 마지막으로, 평면 M 아래에 있는 입체도형의 부피는 두 평면 M과 N 사이에 있는 물의 부피와 같아야 하므로 이를 수식으로 표현하면

$$\int_0^{vt} S(x) dx = \int_{vt}^{z(t)} (A - S(x)) dx$$

이고,  $z(t) = vt + h(t) - h_0$ 로부터  $h'(t)$ 를 구하면

$$h'(t) = z'(t) - v = \frac{S(z(t))v}{A - S(z(t))}$$

이다. 마지막으로, 문제에서 구하려는 순간의 시각을  $t_1$ 이라 하면  $S(z(t_1)) = S$ 이므로 그 순간 수면의 상승속도는

$$h'(t_1) = \frac{Sv}{A - S} \quad (m/s)$$

가 된다.

※ 2015 개정 수학과 교육과정 - <미적분> ‘미분법’, ‘적분법’ 단원의 평가 방법 및 유의사항

● **고등학교 <미적분> 교과**의 미분법 단원의 교육과정 평가방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

● **고등학교 <미적분> 교과**의 적분법 단원의 교육과정 평가방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 적분법과 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

● **고등학교 <수학Ⅱ> 교과**의 교육과정 내 적분과 관련된 사용가능한 기호 표현

(가) 학습 요소

- 부정적분, 적분상수, 정적분,  $\int f(x) dx, \int_a^b f(x) dx, [F(x)]_a^b$

[문제 3]의 예시답안에서 적분구간의 아래끝과 위끝에 실수가 아닌 함수가 들어가 있습니다. 교육과정에서 사용할 수 있는 적분과 관련된 기호 표현은 적분구간의 아래끝과 위끝에는 실수가 들어가거나 미분과 적분 사이의 관계를 다룰 때에는 위끝에 미지수가 들어가기도 하지만 함수가 들어가지는 않습니다. 따라서 문항 예시답안에서 표현된 적분의 기호 표현은 교육과정에서 사용할 수 있는 기호 표현을 벗어나는 것으로 판정됩니다.

고등학교 <미적분> 교과에서 속도와 가속도는 도함수의 활용과 정적분의 활용 단원에서 다루고 적분을 이용해 입체도형의 부피를 구하는 것은 정적분의 활용에서 다루고 있습니다. 하지만 [문제 3]은 속도와 가속도와 입체도형의 부피를 구하는 것이 섞여 있는 문제로서 그 풀이과정이 상당히 복잡할 뿐만 아니라 문항에 주어진 그림을 이해하는 것조차 어렵습니다. 따라서 본 문제는 교육과정의 평가방법 및 유의사항을 벗어난 지나치게 복잡한 문제에 해당합니다.

본 문항은 교육과정에서의 기호 표현, 평가방법 및 유의사항을 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

## 4. 서강대학교

▶ 서강대학교 논술(일반)전형 자연계열 문항카드 5번 1-2 문제

### ※ 제시문 / 문항

【1-2】 이산확률변수  $X$ 가 자연수들로 이루어진 집합  $\{2n+1, 2n+2, 2n+3, \dots, 4n\}$ 에서 임의로 선택된 숫자일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2nE\left(\frac{1}{X}\right)$ 을 구하시오.

### ※ 문항 예시답안 (풀이과정)

【1-2】 제시문 [나]에 의하여  $E\left(\frac{1}{X}\right) = \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{2n} \frac{1}{2n+k}$  이므로

$$\begin{aligned} 2nE\left(\frac{1}{X}\right) &= \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \frac{1}{2n+3} + \dots + \frac{1}{4n} \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2n+k} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{3n+k} \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2+\frac{k}{n}} \times \frac{1}{n} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{3+\frac{k}{n}} \times \frac{1}{n} \end{aligned}$$

이다. 따라서, 제시문 [다]에 의하여

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} 2nE\left(\frac{1}{X}\right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2+\frac{k}{n}} \times \frac{1}{n} + \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{3+\frac{k}{n}} \times \frac{1}{n} = \int_0^1 \frac{1}{2+x} dx + \int_0^1 \frac{1}{3+x} dx \\ &= \ln(2+x)|_0^1 + \ln(3+x)|_0^1 = \ln 3 - \ln 2 + \ln 4 - \ln 3 = \ln \frac{4}{2} = \ln 2 \end{aligned}$$

이다.

※ 수학 교과서 - 고등학교 <확률과 통계> 교과서의 이산확률변수의 기댓값

#### 이산확률변수의 기댓값(평균)

이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가  $P(X=x_i)=p_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$ 일 때,  $X$ 의 기댓값(평균)  $E(X)$ 는

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$$

※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <확률과 통계> 교과서의 통계 단위 성취기준

#### ① 확률분포

[12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.

[12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

#### ② 정적분의 활용

[12미적03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해한다.

[1-2] 문제는 역수의 기댓값을 구해서 극한값을 구하는 문제입니다. 하지만 고교 교육과정에서 역수에 대한 이산확률변수의 기댓값에 대한 개념이나 문제는 없습니다. 문항 예시답안에서 수열의 합을 두 부분으로 나누어 시그마를 이용해 표현하는 것은 교육과정에 없는 문제풀이 테크닉에 해당합니다. 그리고 극한값을 구하는 과정에서 <미적분> 교과에서 배울 수 있는 적분과 급수의 합사이의 관계를 이용해서 극한값을 적분으로 바꾸어 계산하고 있습니다. 따라서 <확률과 통계>만을 선택하여 이수한 학생은 이 문제를 해결할 수 없습니다.

▶ 서강대학교 논술(일반)전형 자연계열 문항카드 5번 1-3 문제

※ 제시문 / 문항

【1-3】 한 개의 주사위를 던져 1, 2, 3이 나오면 동전 한 개를 던진다. 이때 앞면이 나오면 주사위에서 얻은 결과에 1을 더하고 뒷면이 나오면 2를 더한다. 한편, 4, 5, 6이 나오면 금화 6개와 은화 4개가 들어있는 주머니에서 임의로 두 개를 동시에 꺼내어 금화 두 개가 나오면 주사위에서 얻은 결과에서 1을 빼고 아니면 2를 뺀다. 이렇게 해서 얻어진 결과가 4 이상일 때, 처음 던진 주사위의 눈이 짝수일 확률을 구하시오.

※ 문항 예시답안 (풀이과정)

【1-3】 주사위 던지기와 그 이후 실행은 서로 독립이므로 확률의 곱셈정리를 이용하여 각각의 사건이 일어날 확률을 계산하면 다음과 같다.

※ 2015 개정 교육과정 고등학교 <확률과 통계> 교과와 확률 단원 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 세 사건 이상에서 서로 배반이거나 서로 독립임을 가정한 복잡한 문제는 다루지 않는다.

본 문항에서 주어진 세가지 사건인 ① 주사위를 던지는 사건, ② 동전을 던지는 사건, ③ 금화와 은화가 든 주머니에서 임의로 두 개를 꺼내는 사건은 문항의 예시 답안에서 언급한 것처럼 서로 독립인 사건입니다. 하지만 고등학교 <확률과 통계> 교과와 확률 단원의 평가 방법 및 유의사항에는 ‘세 사건 이상에서 서로 배반이거나 서로 독립을 사건을 다루는 문제는 다루지 않는다’ 라고 명시되어 있습니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정의 평가방법 및 유의사항을 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

※ 제시문 / 문항

【1-4】 열린구간  $(0, \infty)$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 가  $\int_1^x f(x)dx = 3$ 을 만족하고 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) - 2f(2x) = \frac{3}{x^4}$$

을 만족한다.

함수  $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} 2^n f(2^n x)$ 에 대하여,  $\int_1^2 g(x)dx$ 의 값을 구하시오.

※ 문항 예시답안 (풀이과정) - 풀이과정에서 ‘수열의 점화식’을 구하는 내용이 포함

$$2^2 f(2^2 x) - 2^3 f(2^3 x) = \frac{3}{x^4} \times \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

을 얻는다. 이를 반복하여 얻은 등식을 일렬로 나열하면

$$f(x) - 2f(2x) = \frac{3}{x^4}$$

$$2f(2x) - 2^2 f(2^2 x) = \frac{3}{x^4} \times \frac{1}{8}$$

$$2^2 f(2^2 x) - 2^3 f(2^3 x) = \frac{3}{x^4} \times \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$2^{n-1} f(2^{n-1} x) - 2^n f(2^n x) = \frac{3}{x^4} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{n-1}$$

이므로 좌변과 우변을 각각 더하면

$$f(x) - 2^n f(2^n x) = \sum_{k=1}^n \frac{3}{x^4} \times \left(\frac{1}{8}\right)^{k-1}$$

※ 대학과정에서 다루는 ‘함수방정식’ 관련 내용

13.1 The remaining Cauchy equations

The following functional equations are also referred to as Cauchy’s equations (Cauchy [41]; cf. also Aczél [5])

$$f(x + y) = f(x)f(y), \tag{13.1.1}$$

$$f(xy) = f(x) + f(y), \tag{13.1.2}$$

$$f(xy) = f(x)f(y). \tag{13.1.3}$$

(출처: <Cauchy’s Equation and Jensen’s Inequality>)

▶ 서강대학교 논술(일반)전형 자연계열 문항카드 7번 1-4 문제

※ 2007 개정 교육과정(교과서) - 고등학교 <수학1 (금성출판사)> 교과서의 ‘계차수열’ 개념

일반적으로, 수열  $\{a_n\}$ 의 계차수열을  $\{b_n\}$ 이라 하면

$$b_1 = a_2 - a_1$$

$$b_2 = a_3 - a_2$$

$$b_3 = a_4 - a_3$$

.....

$$b_{n-1} = a_n - a_{n-1}$$

이들  $n-1$ 개의 등식을 각 변끼리 더하면

$$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-1} = a_n - a_1$$

$$\therefore a_n = a_1 + (b_1 + b_2 + \dots + b_{n-1})$$

따라서, 수열  $\{a_n\}$ 의 제  $n$ 항은 첫째항  $a_1$ 에 계차수열  $\{b_n\}$ 의 제  $n-1$ 항까지의 합을 더한 것과 같다. 즉,

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad (n \geq 2)$$

※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <수학1> 교과서의 ‘수열’ 단원 학습요소

(가) 학습 요소

- 수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법,  $a_n$ ,  $\{a_n\}$ ,  $\sum_{k=1}^n a_k$

※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <수학1> 교과서의 ‘수열’ 단원 교수학습 방법 및 유의사항

(나) 교수·학습 방법 및 유의 사항

- 수열과 관련된 여러 가지 문제를 귀납적으로 표현할 수 있게 하고, 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 문제는 다루지 않는다.

[1-4 문항]에서 제시된 식은 고교 교육과정에서 다루지 않는 함수방정식입니다. 함수방정식은 대학과정에서 배울 수 있는 식입니다. 그리고 문항 예시답안에 있는 풀이과정에 사용된 기법에는 과거 2007 개정 수학과 교육과정에서 다루었던 계차수열의 일반항을 구하는 과정과 귀납적으로 정의된 수열(점화식)의 일반항을 구하는 내용을 포함하고 있습니다. 계차수열이나 점화식은 현 2015 개정 교육과정에서는 삭제된 내용이며 특히 점화식 형태로 되어있는 수열의 일반항을 구하는 등의 ‘귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 문제는 교육과정의 교수학습 방법 및 유의사항에서 다루지 않는다.’ 라고 명시되어 있습니다.

▶ 서강대학교 논술(일반)전형 자연계열 문항카드 8번 2-2 문제

※ 제시문 / 문항

【2-2】 함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이고, 모든  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = f(x)$ 를 만족하며,

$$\int_1^3 f(x)dx = 1 \text{ 일 때, } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_{-x}^x f(t)dt \text{의 값을 구하시오.}$$

※ 문항 예시답안 (풀이과정)

【2-2】 구간  $[2, \infty)$ 에서 임의의  $x$ 를 택하자.  $x = 2n+c$ 를 만족하는 자연수  $n$ 과  $0 \leq c < 2$ 가 존재하므로

$$\int_{-x}^x f(t)dt = \int_{-2n-c}^{2n+c} f(t)dt = \int_{-2n-c}^{-2n} f(t)dt + \int_{-2n}^{2n} f(t)dt + \int_{2n}^{2n+c} f(t)dt$$

이고,  $f(x)$ 가 모든  $x$ 에 대하여  $f(x+2) = f(x)$ 을 만족하므로

$$\int_{-2n}^{2n} f(t)dt = 2n \int_0^2 f(t)dt \text{ 이고 } \int_{2n}^{2n+c} f(t)dt = \int_0^c f(2n+t)dt = \int_0^c f(t)dt$$

이다.

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = \int_2^3 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx = 1$$

이므로

$$\frac{1}{x} \int_{-x}^x f(t)dt = \frac{2n}{x} + \frac{1}{x} \int_0^c f(t)dt + \frac{1}{x} \int_{-c}^0 f(t)dt$$

이다. 이때  $\frac{x-2}{x} \leq \frac{2n}{x} \leq 1$  이고  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{x} = 1$  이므로  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2n}{x} = 1$  이다.

※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <수학II>, <미적분> 교과와 ‘적분’ 단원의 평가방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다. <수학2>

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 적분법과 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다. <미적분>

본 문항에 제시된 정적분의 적분 구간은  $-x$ 와  $x$ 로 모두 미지수입니다. 적분구간이 모두 미지수인 정적분의 기호 표현은 고교 교육과정에서 적분을 다루는 교과인 <수학II>, <미적분>에서 다룰 수 있는 기호 표현이 아닙니다. 그리고 고교 교육과정의 정분과 관련된 평가방법 및 유의사항에는 ‘정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 라고 명시되어 있지만 문항의 예시답안에서는 주기함수를 이용하여 적분구간을 나누어 계산하고 있는데 이 과정이 상당히 복잡합니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정을 수준과 범위를 벗어나서 출제된 것으로 판정됩니다.

## 5. 서울대학교

▶ 서울대학교 구술면접전형 자연계열 문항카드 CD 1-2, 1-3 문제

### ※ 제시문 / 문항

#### 문제 1.

자연수  $n$  에 대하여 좌표평면 위의 점  $(n, 0)$  을 중심으로 하고 반지름이  $\sqrt{n}$  인 원을  $A_n$  이라 하자. 또한, 주어진 자연수  $m$  에 대하여 점  $(-m, 0)$  을 지나고 기울기가  $a$  인 직선을  $l$  이라고 하자. 다음 물음에 답하시오.

1-2. 직선  $l$  이 원  $A_1, A_2, \dots$  중 정확히 하나의 원과 만나기 위한  $a^2$  의 범위를  $m$  을 사용하여 나타내시오.

1-3. 다음 조건을 만족하는 점  $P$  를 “좋은점”이라고 한다.

어떤 자연수  $k$  에 대하여 점  $(-k, 0)$  과 점  $P$  를 지나는 직선이 원  $A_1, A_2, \dots$  중 하나의 원과 점  $P$  에서만 만나고, 나머지 원과 만나지 않는다.

모든 “좋은점”을 구하고, 이 점들을 동시에 지나는 이차곡선을 구하시오.

### ※ 2015 개정 교육과정 고등학교 <수학> 교과와 ‘기하’ 영역 평가 방법 및 유의 사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 도형의 방정식은 도형을 좌표평면에서 다룰 수 있음을 이해하는 수준에서 다루고, 계산이 복잡한 문제는 다루지 않는다.

[1-2] 문항에서는 무한개의 원에 대해서 하나의 원과 만나기 위한 조건을 찾아야 합니다. 이를 위해서는 각각의 원을 좌표평면을 이용해서 그리는 것이 필수적입니다. 하지만 좌표평면을 이용해서 무한개의 원에 대해 주어진 조건을 만족하는 범위를 찾아야 하므로 그 계산 과정이 상당히 복잡합니다. 도형의 방정식과 관련된 교육과정의 평가방법 및 유의사항에는 ‘도형의 방정식은 도형을 좌표평면에서 다룰 수 있음을 이해하는 수준에서 다루고, 계산이 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 라고 되어있어 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

[1-3] 문항에서는 주어진 조건을 만족하는 점을 ‘좋은점’이라고 새롭게 정의하고 있습니다. 이렇게 정의된 ‘좋은점’은 고교 교육과정의 어디에서도 볼 수 없는 정의입니다. 새롭게 ‘~을 ~이라고 하자’와 같이 새로운 개념을 정의한 후 이 개념을 이용하여 문제를 해결하는 것은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나는 것입니다.

※ 제시문 / 문항

문제 2.

다항식  $P(x)$  가 음이 아닌 정수  $n$  과 실수  $a_0, a_1, \dots, a_n$  (단,  $a_n \neq 0$ ) 에 대하여

$$P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$$

으로 주어질 때, 다항식  $P(x)$  를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(x) = x^k Q(x) \quad (\text{단, } Q(x) \text{ 는 } Q(0) \neq 0 \text{ 인 다항식, } k \text{ 는 음이 아닌 정수})$$

예를 들어,  $P(x) = x^5 - x^3$  일 때  $k = 3$  이고,  $Q(x) = x^2 - 1$  이다.

※ 대학교재 대학전공수학 <현대대수학>에서의 ‘다항식’ 정의

정의 3.5.1 환  $R$  와 부정원  $x$  에 대하여 다음과 같은 꼴의 형식적인 무한합(formal infinite sum) 을  $R$  위의 ( $x$  에 관한) 다항식(polynomial) 이라고 한다.

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n + \dots \quad (a_i \in R)$$

(유한 개를 제외한 모든  $i$  에 대하여  $a_i = 0$ )

그리고,  $R$  위의  $x$  에 관한 다항식 전체의 집합을  $R[x]$  로 나타낸다.

위의 정의에서  $a_0, a_1 x, \dots, a_n x^n, \dots$  을  $f(x)$  의 항(term)이라 하고 특히  $a_0$  를 상수항이라고 하며  $a_0, a_1, \dots, a_n, \dots$  을  $f(x)$  의 계수(coefficient) 라고 한다. 그리고,  $i > n$  인 모든  $i$  에 대하여  $a_i = 0$  일 때,  $f(x)$  를

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$$

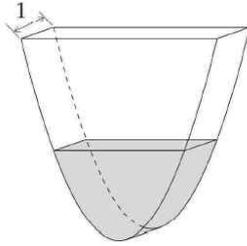
나타낸다.

[문제 2]에 제시되어 있는 다항식의 정의는 고교 교육과정에서 다루지 않는 표현 방법이며 대학과정 내용에 해당합니다. 이러한 다항식의 정의는 대학전공수학 교재인 <현대대수학>에서 다루고 있습니다. 따라서 본 문항에 대학과정의 내용이 출제되어서 선행학습을 필수적으로 요하는 문제로 판정됩니다.

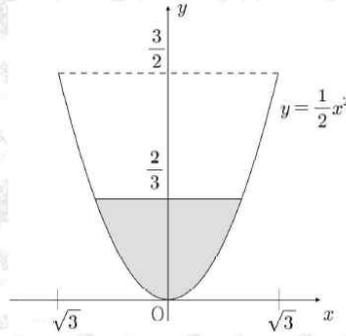
※ 제시문 / 문항

문제 1.

다음 설명을 읽고 물음에 답하십시오.



[그림 1] 물이 담긴 그릇



[그림 2] 정면에서 본 모양

[그림 1]과 같이 앞면과 뒷면의 모양이 영역

$$\left\{ (x, y) \mid \frac{1}{2}x^2 \leq y \leq \frac{3}{2} \right\}$$

※ 2009 개정 교육과정 <수학1> 교과의 ‘부등식의 영역’ 과 관련된 성취기준

5 부등식의 영역

- ① 부등식의 영역의 의미를 이해한다.
- ② 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있다.

본 문항에서 ‘[그림1]과 같이 앞면과 뒷면의 모양이 나타내는 영역을 나타내는 집합’은 부등식의 영역에 해당하는 내용입니다. 부등식의 영역은 2009 개정 교육과정에서는 다루었으나 2015 개정 교육과정에서는 삭제된 내용입니다. 현 교육과정인 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는 ‘부등식의 영역’이 문제 1에 포함되어 있어 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

## 6. 서울시립대학교

▶ 서울시립대학교 논술전형 자연계열 문항카드 1번 [문제1] (a), (b) 문제

### ※ 제시문 / 문항

[문제 1] (총 85점)

좌표평면에서 곡선  $y = x - x^2$ 의 네 점  $O(0, 0)$ ,  $A(a, a - a^2)$ ,  $B(b, b - b^2)$ ,  $C(1, 0)$ 에 대하여 다음 물음에 답하여라. (단,  $0 < b < a < 1$ 이다.)

(a) 점 B가 곡선에서 두 점 O와 A 사이를 움직일 때, 삼각형 OAB의 넓이의 최댓값을 a에 대한 식으로 나타내어라. (25점)

(b) 두 점 A, B가 곡선에서 두 점 O와 C 사이를 움직일 때, 사각형 ABOC의 넓이의 최댓값을 구하여라. (60점)

### ※ 문항 예시답안 (풀이과정)

삼각형 OAB, 삼각형 AOC, 사각형 ABOC의 넓이를 차례로  $S_1, S_2, S_3$ 이라 하자.

이때  $S_1 = \frac{ab(a-b)}{2}$ ,  $S_2 = \frac{a-a^2}{2}$ ,  $S_3 = S_1 + S_2$ 이다.

### ※ 사선공식 (신발끈 공식) - 세 꼭짓점의 좌표를 알 때, 삼각형의 넓이를 구하는 공식

좌표평면 위에 있는 세 점  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ 에 대해서 삼각형 ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - x_1 y_3|$$

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

[문제 1]에는 좌표평면 위에 4개의 점 O, A, B, C가 순서쌍으로 제시되어있고 이것을 이용하여 삼각형, 사각형의 넓이의 최댓값을 구하는 문제입니다. 하지만 문항의 예시답안에는 좌표를 이용하여 삼각형의 넓이를 구하는 구체적인 과정이 없고 결과만 제시하고 있습니다. 좌표로 된 점들을 가지고 삼각형의 넓이를 구하는 방법이 많이 있겠으나 ‘사선공식(신발끈 공식)’라는 공식을 쓰면 직선의 방정식을 찾고 점과 직선 사이의 거리를 이용하지 않고 공식에 점의 좌표를 대입하는 것만으로도 삼각형의 넓이를 빠르고 쉽게 구할 수 있습니다. 하지만 이와 같이 세 꼭짓점의 좌표를 알 때 ‘사선공식(신발끈 공식)’을 이용해 삼각형의 넓이를 구하는 방법은 교육과정에 없는 내용일 뿐만 아니라 수학교과서 어디에도 언급되어 있지 않는 내용입니다. 삼각형의 넓이를 구할 때 ‘사선공식(신발끈 공식)’을 알고 있는지 모르는지에 따라 풀이 방법이 복잡한 정도는 상당한 차이가 있습니다. 따라서 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어난 문제라고 판정됩니다.

▶ 서울시립대학교 논술전형 자연계열 문항카드 4번 [문제4]

※ 제시문 / 문항

[문제 4] (115점)

수열  $\{a_n\}$ 의 귀납적 정의가

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + \frac{2}{\sqrt{a_n}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, 다음 부등식이 성립함을 보여라.

$$4 < a_n \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

※ 2007 개정 교육과정

[유형 1]  $a_{n+1} = a_n + f(n)$

[유형 2]  $a_{n+1} = a_n \times f(n)$

[유형 3]  $a_{n+1} = pa_n + q$  (단,  $p \neq 1$ )

[유형 4]  $pa_{n+2} + qa_{n+1} + ra_n = 0$  (단,  $p+q+r=0, p \neq 0$ )

※ 2007 개정 교육과정 / 2015 개정 교육과정 - 학습 요소

■ 2007 개정 수학과 교육과정

<용어와 기호> 수열, 항, 유한수열, 무한수열, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 계차수열, **점화식**, 귀납적 정의, 수학적 귀납법, 알고리즘,

순서도,  $a_n, \{a_n\}, \sum_{k=1}^n a_k, S_n$

■ 2015 개정 수학과 교육과정

(가) 학습 요소

- 수열, 항, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, 귀납적 정의, 수학적 귀납법,  $a_n, \{a_n\}, \sum_{k=1}^n a_k$

[문항 4]에 귀납적으로 정의되어 있는 수열이 **점화식** 형태로 제시되어 있습니다. 수열에 대한 **점화식**은 2007 개정 수학과 교육과정에서는 고등학교 <수학1> 교과와 학습요소로 다루었지만 현 2015 개정 수학과 교육과정에서는 **삭제된 내용**으로 고등학교 <수학1> 교과의 수열 단원에서 다루지 않는 내용입니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

▶ 서울시립대학교 논술전형 자연계열 문항카드 7번 [문제3]

※ 제시문 / 문항

[문제 3] (105점)

자연수  $n$ 에 대하여 다음을 모두 만족시키는 두 자연수  $k, m$ 의 순서쌍  $(k, m)$ 의 개수를

$a_n$ 이라 하자. 이때,  $\sum_{n=1}^p a_n \leq 2022$ 를 만족시키는 자연수  $p$ 의 최댓값을 구하여라.

$$(1) k^2 m^3 = 2^{9n}$$

$$(2) m \leq 8^n \leq m^2$$

※ 문항 예시답안 (풀이과정)

[예시답안]

조건 (1)에 의해서 자연수  $k, m$ 은 적당한 음이 아닌 두 정수  $s, t$ 에 대하여  $k = 2^s, m = 2^t$ 이다. 조건 (1)

로부터  $2s = 9n - 3t$ 이므로,  $0 \leq s \leq \frac{9n}{2}$  이고

$$\frac{s}{3} \text{는 음이 아닌 정수이다.} \dots\dots \textcircled{1}$$

조건 (2)에서  $m^3 \leq 2^{9n} \leq m^6$ 이고, 이 부등식에  $m^3 = \frac{2^{9n}}{k^2}$ 와  $k = 2^s$ 를 대입하여 정리하면

$$0 \leq s \leq \frac{9n}{4} \dots\dots \textcircled{2}$$

이다. ①과 ②로부터  $a_n$ 은 닫힌구간  $\left[0, \frac{3n}{4}\right]$ 에 속하는 정수의 개수이다. 자연수  $q$ 에 대해서

- (i)  $n = 4q - 3$ 일 때,  $a_n = 3q - 2,$
- (ii)  $n = 4q - 2$ 일 때,  $a_n = 3q - 1,$
- (iii)  $n = 4q - 1$ 일 때,  $a_n = 3q,$
- (iv)  $n = 4q$ 일 때,  $a_n = 3q + 1$ 이다.

따라서 자연수  $N$ 에 대하여

※ 대학과정 - 대학전공수학 <정수론> 교과의 ‘부정방정식’에 관련된 내용

**정의 1.6.1** 정수를 계수로 가지는 방정식의 해 중에서 각 미지수의 값이 모두 정수인 해를 이 방정식의 정수해(integral solution)라 하고, 이와 같이 정수해만을 생각하는 경우에 이 방정식을 부정방정식(indeterminate equation) 또는 **Diophantus 방정식**(Diophantine equation)이라고 한다.

부정방정식의 정수해를 구한다는 것은 이 방정식의 정수해 전체를 하나도 빠짐 없이 모두 구한다는 것을 뜻한다.

본 문항에서는 주어진 조건을 만족하는 자연수의 개수를 찾는 과정에 미지수가 3개인  $2s=9n-3t$ 라는 일차방정식에서의 정수해의 개수를 구하는 내용을 포함하고 있습니다. 미지수가 3개인 일차방정식의 해를 구하는 것은 고교 교육과정에서 다루지 않는 내용입니다, 이같은 방정식은 대학전공수학 <정수론> 교과에서 부정방정식(디오판토스 방정식)이라고 정의하고 있습니다. 또한 부정방정식의 정수해의 개수를 구하는 과정은 대학전공수학 <정수론> 교과에서 다루는 부정방정식의 해를 찾는 과정과 유사합니다. 따라서 이 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어난 것뿐만 아니라 대학과정의 내용을 출제한 것으로 판정됩니다.

## 7. 성균관대학교

▶ 성균관대학교 논술우수전형 자연계열 문항카드 10번 1-i 문항 / 1-ii 문항

### ※ 제시문 / 문항

[수학1 - i] <제시문3>에서 모든 양의 정수  $n$ 에 대하여  $S_n = n^2 + n + 1$ 일 때, 삼각형의 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 합을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학1 - ii] <제시문3>에서 수열  $\{a_n\}$ 을 삼각형 모양으로 배열할 때, 짝수번째 줄의 배열은 역순으로 하자. 예를 들어, 두 번째 줄은  $a_2 a_3$ 이 아니라  $a_3 a_2$ 로 재배열하고, 네번째 줄은  $a_7 a_8 a_9 a_{10}$ 이 아니라  $a_{10} a_9 a_8 a_7$ 로 재배열한다. [수학1 - i]에서와 같이 모든 양의 정수  $n$ 에 대하여  $S_n = n^2 + n + 1$ 일 때, 삼각형의 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 합을 구하고, 그 이유를 논하시오.

### ※ 문항 예시답안 (풀이과정)

#### ■ 1-i 문항 예시답안

배열되는 수들의 합은

$$3 + \sum_{k=2}^{50} k(k+1) = 1 + \sum_{k=1}^{50} (k^2 + k) = 1 + \frac{50 \times 51 \times 101}{6} + \frac{50 \times 51}{2} = 44201 \text{ 이다.}$$

#### ■ 1-ii 문항 예시답안

번째 항이므로,  $k(k+1)$ 이다. 따라서, 가장 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 합은

$$3 + \sum_{m=2}^{25} (2m-1)(2m) + \sum_{m=1}^{25} ((2m)^2 - (2m) + 2) = 1 + \sum_{k=1}^{25} (8m^2 - 4m + 2)$$

### ※ 2007 개정 교육과정 - 고등학교 <수학1> 교과와 '수열' 단원의 학습요소

<용어와 기호> 수열, 항, 유한수열, 무한수열, 일반항, 공차, 등차수열, 등차중항, 공비, 등비수열, 등비중항, **계차수열**, 점화식, 귀납적 정의, 수학적 귀납법, 알고리즘,

### ※ 2007 개정 교육과정(교과서) - 고등학교 <수학1 (금성출판사)> 교과와 '계차수열' 개념

따라서, 수열  $\{a_n\}$ 의 제  $n$ 항은 첫째항  $a_1$ 에 계차수열  $\{b_n\}$ 의 제  $n-1$ 항까지의 합을 더한 것과 같다. 즉,

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad (n \geq 2)$$

1-i 문항과 1-ii 문항의 예시답안에는 **계차수열의 합**을 이용해 문제를 푸는 과정이 포함되어 있습니다. 계차수열은 2007 개정 교육과정에서 다루었던 내용으로 **2007 개정 교육과정의 고등학교 <수학1> 교과서의 내용에서 계차수열에 대한 개념과 그 합을 구하는 과정을 확인할 수 있습니다.** 하지만 **계차수열은 현 2015 개정 교육과정에서는 삭제된 내용**으로 계차수열에 대한 내용을 학습하지 않습니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

▶ 성균관대학교 논술우수전형 자연계열 문항카드 10번 1-iii 문항

※ 제시문 / 문항

[수학1-iii] <제시문3>에서 모든 양의 정수  $n$ 에 대하여  $S_n = 2^n$ 이고, 수열  $\{a_n\}$ 을 삼각형 모양으로 배열할 때, [수학1-ii]에서와 같이 짝수번째 줄의 배열은 역순으로 하자. 이때 삼각형의 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 곱을 구하고, 그 이유를 논하시오.

※ 문항 예시답안 (풀이과정)

번째 항이므로  $2^{\frac{1}{2}(k^2-k)}$ 이다.  $k$ 가 2이상인 홀수일 때, 제  $k$ 번째 줄의 마지막 수는 수열의

$$1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$$

번째 항이므로,  $2^{\frac{1}{2}(k^2+k-2)}$ 이다. 따라서, 가장 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 곱은

$$2 \times 2^{\frac{1}{2} \sum_{m=2}^{25} ((2m-1)^2 + (2m-1) - 2)} \times 2^{\frac{1}{2} \sum_{m=1}^{25} ((2m)^2 - (2m))}$$

이다. 이를 다시 정리하면,  $2^N$ 의 형태이고,

※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <수학1> 교과와 ‘지수’에 관한 성취기준

㉠ 지수와 로그

[12수학 I 01-01] 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

[12수학 I 01-02] 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다.

[12수학 I 01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다.

1-iii 문항의 예시답안(풀이과정)에는 2의 지수가  $k$ 에 대한 이차방정식 또는 수열의 합의 기호를 사용한 복잡한 식으로 구성되어 있습니다. 2015 개정 교육과정의 고등학교 <수학1> 교과와 ‘지수’에 대한 성취기준에는 ‘지수에는 유리수, 실수까지 확장될 수 있다.’라고 명시하고 있습니다. 2015 개정 교육과정 내에서는 거듭제곱 꼴의 형태에서 지수에는 유리수나 실수가 올 수 있는데 반해 1-iii 문항의 예시답안에처럼 복잡한 식을 지수로서 다룰 수 없습니다. 따라서 이러한 지수의 표현은 고교 교육과정에서 사용할 수 있는 기호 표현에 해당하지 않습니다.

※ 제시문 / 문항

<제시문2>

- (i)  $x_0 = 1$ 로 놓고, 양의 정수  $n$ 에 대하여,  $x_{n+1} = h(x_n)$ 으로 정의하자.
  - (ii) 음이 아닌 정수  $n$ 에 대하여,  $y_n = f(x_n)$ 으로 정의하고, 점  $P_n$ 을  $(x_n, y_n)$ 으로 놓자.
  - (iii) 음이 아닌 정수  $n$ 에 대하여, 점  $P_n$ 과 점  $P_{n+1}$ 을 잇는 직선의 방정식을  $y = L_n(x)$ 로 놓자.
  - (iv) 음이 아닌 정수  $n$ 에 대하여, 직선  $y = L_n(x)$ 과 곡선  $y = f(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를  $A_n$ 이라고 하자.
- [수학 2-ii] 음이 아닌 정수  $m$ 에 대하여, <제시문2>에 주어진 함수  $L_{2m}(x)$ 와  $L_{2m+1}(x)$  계수를  $\alpha$ 와  $m$ 에 대한 식으로 표시하고, 그 이유를 논하시오. (단,  $\alpha$ 는  $1 - \sqrt{2}$ 이다.)

※ 대학 전공 수학 교재 <해석학> - 함수열의 개념 및 기호 표현

이 함수인 수열에 대하여 알아보자.  $D$ 는  $\mathbb{R}$ 의 공집합이 아닌 부분집합이라 하자. 각 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f_n : D \rightarrow \mathbb{R}$ 을 정의할 때 수열  $\{f_n\}$ 을  $D$ 에서 정의된 함수열 (sequence of functions)이라 한다. 각  $x \in D$ 에 대하여 함수값의 수열  $\{f_n(x)\}$ 는 실수

※ 2015 개정 교육과정 - ‘함수’와 관련된 학습요소 (기호 표현)

(가) 학습 요소

- 변수, 좌표, 순서쌍,  $x$ 좌표,  $y$ 좌표, 원점, 좌표축,  $x$ 축,  $y$ 축, 좌표평면, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면, 그래프, 정비례, 반비례, 함수, 함수값, 일차함수, 기울기,  $x$ 절편,  $y$ 절편, 평행이동, 직선의 방정식, 이차함수, 포물선, 축, 꼭짓점,  $f(x)$ ,  $y = f(x)$

[제시문 2]와 [수학 2-ii] 문항에서는 함수에 수열이 들어간 기호 표현, 함수에 아래첨자가 붙어 있는 기호 표현 등 함수와 관련한 다양한 기호 표현을 사용되어 있습니다. 이와 같은 기호 표현은 고교 교육과정에서 다루지 않는 기호 표현입니다. 2015 개정 교육과정에서 사용할 수 있는 함수의 기호 표현은  $f(x)$  꼴의 기호만 사용할 수 있습니다. 자연수  $n$ 에 대해서 함수에  $n$ 에 대한 아래첨자를 붙여 표현하거나 함수에 수열을 넣어서 표시하는 것은 대학과정에서 사용할 수 있는 기호 표현(대학전공수학 <해석학> 교과의 함수열과 관련된 내용)에 해당합니다. 따라서 본 문항은 교육과정의 수준과 범위를 벗어난 것뿐만 아니라 대학에서 배울 수 있는 내용이 출제된 것으로 판정됩니다.

▶ 성균관대학교 논술우수전형 자연계열 문항카드 20번 1-iii 문항

※ 제시문 / 문항

<제시문1>

- (i)  $f(x), g(x), h(x)$ 는 이차함수이다.
- (ii)  $f(x), g(x)$ 는  $f(0) = f(1) = g(2) = 0$ 와  $f''(0) = -2$ 를 만족한다.
- (iii)  $F(x)$ 는 다음과 같이 정의되는 함수이다.

$$F(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 1) \\ g(x) & (1 < x \leq 2) \\ h(x) & (x > 2) \end{cases}$$

- (iv)  $F(x)$ 는 모든 실수에서 미분가능하며 최댓값이 2이다.

<제시문2>

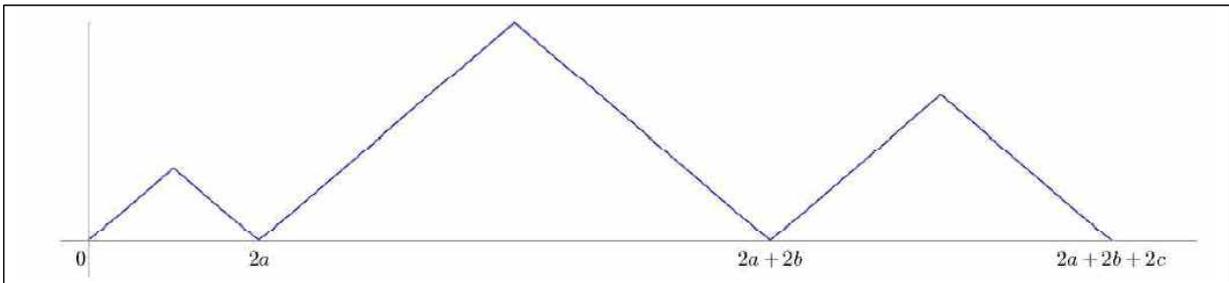
정의역이 음이 아닌 실수의 집합인 함수  $k(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.  
 음이 아닌 실수  $x$ 에 대하여  $k(x)$ 는 두 점  $(-1, 0)$ 과  $(x, F(x))$ 을 지나는 직선의 기울기이다.  
 (단,  $F(x)$ 는 <제시문1>에서 정의된 함수이다.)

[수학 1-iii] 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나온 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하자. 이때 함수  $G(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$G(x) = \begin{cases} a - |x - a| & (x \leq 2a) \\ b - |x - 2a - b| & (2a < x \leq 2a + 2b) \\ c - |x - 2a - 2b - c| & (x > 2a + 2b) \end{cases}$$

<제시문2>에서 정의된 함수  $k(x)$ 에 대하여,  $k \circ G(x)$ 가 열린구간  $(0, 2a + 2b + 2c)$ 에서 9개의 극댓값을 갖게 되는 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. (단, 주사위는 각 면에 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 정육면체이다.)

※ 문항 예시답안 - [수학 1-iii] 문항에서의 합성함수  $k(G(x))$ 의 그래프



※ 2015 개정 교육과정 - 평가 방법 및 유의사항

■ 고등학교 <수학> 교과목의 '함수' 단원의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해를 평가할 때 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

■ 고등학교 <수학II> 교과목의 '미분' 단원의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때, 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.

[1-iii] 문항을 해결하기 위해서는 합성함수  $k(G(x))$ 의 그래프를 그릴 수 있어야 합니다. 합성함수  $k(G(x))$ 의 그래프를 그리기 위해서는 다음과 같은 복잡한 과정을 거쳐야 합니다. [제시문 1]에서 이차함수로 정의된 3개의 함수를 이용해 함수  $F(x)$ 의 그래프를 그려야 하며 [제시문 2]에서  $(-1, 0)$ 과  $(x, F(x))$ 의 기울기로 정의된 함수  $k(x)$ 를 구하고 [수학 1-iii]에서 새롭게 정의된 함수  $G(x)$ 를 이용해 함수  $k(x)$ 와 함수  $G(x)$ 를 합성한 합성함수  $k(G(x))$ 의 그래프 개형을 그려야 합니다. 이러한 과정 거쳐 합성함수  $k(G(x))$ 의 그래프를 그리면 문항의 예시 답안에 제시된 산모양의 그래프가 됩니다. 더군다나 [수학 1-iii]에서 새롭게 정의된 함수  $G(x)$ 는 각각의 구간에 대해서 절댓값이 포함된 함수형태를 취하고 있습니다. 절댓값을 포함한 함수의 그래프를 그리는 것은 고교 교육과정에서 다루는 내용이 아닙니다. 고교 교육과정에서는 함수의 그래프와 관련하여 ‘**함수의 그래프와 그 성질에 대한 이해를 평가할 때에는 지나치게 복잡한 함수문제는 다루지 않는다(고등학교 <수학>)**’ 와 ‘**도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 그리거나 최댓값과 최솟값을 구하는 능력을 평가할 때 지나치게 복잡한 함수를 포함하는 문제는 다루지 않는다.**’ 라고 평가 방법 및 유의사항에 명시하고 있습니다. 합성함수  $k(G(x))$ 의 그래프의 개형을 알기 위해서 무려 5개의 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ ,  $F(x)$ ,  $k(x)$ ,  $G(x)$ 를 알아야 해 그 과정이 지나치게 복잡하고 그중 함수  $G(x)$ 에는 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는 ‘절댓값이 포함된 함수의 그래프를 그리는 과정’ 이 포함되어 있습니다. 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

## 8. 숙명여자대학교

▶ 숙명여자대학교 논술우수전형 자연계열 문항카드 5번 제시문 <가>, 1-1, 1-2 문항

### ※ 제시문 / 문항

<가>

$n \geq k$ 인 자연수  $n$ 과  $k$ 에 대하여 유리수  $\alpha(n, k)$ 를  $\alpha(n, k) = \frac{1}{k} {}_{2n-k}C_{k-1}$ 이라고 정의하자.

$$\begin{aligned} \alpha(17, 7) &= \frac{1}{7} {}_{27}C_6 \\ &= \frac{27 \cdot 26 \cdot \dots \cdot 22}{7!} \end{aligned} \quad \dots (1)$$

이다. 유리수  $\alpha(17, 7)$ 이 자연수라고 가정하면, (1)의 우변의 분모인 7!이 소수 7의 배수이므로, 분자  $27 \cdot 26 \cdot \dots \cdot 22$ 는 소수 7의 배수이다.  $\dots (2)$

### ※ 데릭 전공 수학 교재 <정수론> - 대학교재 정수론의 ‘약수와 배수’ 단원의 내용

정의 1.4.1 두 정수  $a, d$ 에 대하여

$$a = de$$

인 정수  $e$ 가 존재할 때,  $d$ 를  $a$ 의 약수(divisor) 또는 인수(factor)라 하고  $a$ 를  $d$ 의 배수(multiple)라고 하며 이 사실을  $d | a$ 로 나타낸다.

정리 1.4.2 정수  $a, b, c, d$ 에 대하여 다음이 성립한다.

(1)  $a | b$ 이면,  $a | (-b)$ ,  $(-a) | b$ ,  $(-a) | (-b)$ 이다.

(2)  $a | b$ 이면,  $a | bc$ ,  $ac | bc$ 이다.

(3)  $a | a$ ,  $1 | a$ ,  $a | 0$

(4)  $a | 1$ 이면,  $a = \pm 1$ 이다.

그리고,  $a | b$ ,  $b | a$ 이면,  $b = \pm a$ 이다.

(5)  $a | b$ ,  $b | c$ 이면,  $a | c$ 이다.

(6)  $a | b$ 이면, 임의의 양의 정수  $n$ 에 대하여  $a^n | b^n$ 이다.

(7)  $a | b$ ,  $c | d$ 이면,  $ac | bd$ 이다.

제시문 <가>에서 유리수  $\alpha(n, k)$ 를 조합을 이용하여 새롭게 정의하고 있으며, ‘분수가 자연수가 될 때 분모가 7의 배수이면 분자도 7의 배수가 된다.’ 라는 사실을 이용하고 있습니다. 하지만 제시문 <가>에서 새롭게 정의된 유리수  $\alpha(n, k)$ 는 고교 교육과정에 없는 기호 표현입니다. 또한 ‘분수가 자연수가 될 때 분모가 7의 배수이면 분자도 7의 배수가 된다.’ 라는 개념은 대학과정에서 배울 수 있는 대학전공수학 <정수론> 교과의 ‘약수와 배수’ 단원에 해당하는 내용입니다. 제시문 (가)의 부속 문제인 [1-1 문항]과 [2-2 문항]은 제시문 (가)를 내용을 이용해서 풀어야 하는 문제로 제시문 (가)의 내용을 이해하지 못하면 문제를 해결하는데 어려움이 있습니다. 따라서 본 제시문, [1-1 문항], [1-2 문항]은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어났을 뿐만 아니라 대학과정의 내용이 출제된 것으로 판정됩니다.

## 9. 연세대학교

### ▶ 연세대학교 논술전형 자연계열 문항카드 5번 수학 3번 문항

#### ※ 제시문 / 문항

3] 자연수  $N$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 홀수  $m$ 의 값의 합을  $f(N)$ 이라 하자.

(가) 등차수열  $\{a_n\}$ 은 첫째항이 자연수이고 공차가 1이다.

$$(나1) \sum_{k=1}^m a_k = N \text{이다.}$$

예를 들어,  $N=21$ 인 경우에 아래의 두 가지만 가능하므로  $f(21) = 1 + 3 = 4$ 이다.

$$21 = 21 = \sum_{k=1}^1 (20 + k), \quad 21 = 6 + 7 + 8 = \sum_{k=1}^3 (5 + k)$$

자연수  $N$ 과 홀수  $m$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항이 될 수 있는 자연수의 개수를  $g_N(m)$ 이라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

#### ※ 데릭 전공 수학 교재 <이산수학> - 대학교재 <이산수학>의 ‘분할’ 단원의 내용

**정의 1.5.1** 자연수  $n$ 에 대하여 다음 두 조건을 만족하는  $\lambda = (n_1, n_2, \dots, n_k)$

를  $n$ 의 분할(partition)이라고 한다.

(i)  $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_k \geq 1$  (단,  $n_1, n_2, \dots, n_k$ 는 자연수)

(ii)  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$

$\lambda = (n_1, n_2, \dots, n_k)$ 가  $n$ 의 분할이면  $\lambda \vdash n$ 으로 나타내고 각  $n_i$ 를 분할  $\lambda$ 의 부분(part)이라 한다. 또  $n$ 의 모든 분할의 개수를  $p(n)$ ,  $k$ 개의 부분을 가진  $n$ 의 분할의 수를  $p(n, k)$ 로 나타낸다. 그러므로

$$p(n) = p(n, 1) + p(n, 2) + \dots + p(n, n)$$

이다.

6의 분할	$p(6, k)$
(6)	$p(6, 1) = 1$
(5, 1), (4, 2), (3, 3)	$p(6, 2) = 3$
(4, 1, 1), (3, 2, 1), (2, 2, 2)	$p(6, 3) = 3$
(3, 1, 1, 1), (2, 2, 1, 1)	$p(6, 4) = 2$
(2, 1, 1, 1, 1)	$p(6, 5) = 1$
(1, 1, 1, 1, 1, 1)	$p(6, 6) = 1$

표 1.5.1

#### ※ 2009 개정 교육과정 - 고등학교 <확률과 통계> 교과서의 ‘분할’과 관련된 성취기준

##### 나. 영역 성취 기준

(1) 순열과 조합의 수, 분할의 수를 구하고, 이항정리를 이해한다.

#### ※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <확률과 통계> 교과서의 ‘순열과 조합’과 관련된 성취기준

##### 1. 순열과 조합

[12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다.

[12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.

[수학 3번] 문항에서 조건(가), 조건(나)를 만족하는  $f(N)$ 을 새롭게 정의하고 있습니다. 조건 (나)를 이용해  $f(N)$ 의 값을 찾기 위해서는 현 2015 개정 교육과정에서 다루지 않는 ‘분할’의 개념이 이용해야 합니다. 하지만 ‘분할’과 관련된 개념은 2015 개정 교육과정에서 삭제된 내용입니다. 뿐만 아니라 ‘수열의 첫째항에 올 수 있는 자연수  $m$ 의 개수’를 새로운 함수  $g_N(m)$ 로 정의하고 있는데 이런 기호 표현은 고교 교육과정에서 다룰 수 없는 기호 표현입니다.

## 10. 이화여자대학교

▶ 이화여자대학교 논술전형 자연계열 문항카드 7번 [문항 1]

※ 제시문 / 문항

[문항 1] 상수  $p(1 < p < 2)$ 에 대하여 함수  $f(x) = x^3 - px^2 + px$ 가 있다. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = f(a_n)$$

※ 데릭 전공 수학 교재 <이산수학> - 대학교재 <이산수학>의 ‘특성다항식’ 과 관련된 내용

**정의 2.1.2**  $c_1, c_2, \dots, c_k$ 가 상수이고  $c_k \neq 0$ 일 때 다항식

$$t^k - c_1 t^{k-1} - c_2 t^{k-2} - \dots - c_{k-1} t - c_k$$

를 점화식

$$a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \dots + c_k a_{n-k} \quad (n \geq k)$$

의 특성다항식이라 한다.

※ 2015 개정 교육과정 - 교육과정에서 사용가능한 함수의 기호 표현

(가) 학습 요소

- 변수, 좌표, 순서쌍,  $x$ 좌표,  $y$ 좌표, 원점, 좌표축,  $x$ 축,  $y$ 축, 좌표평면, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면, 그래프, 정비례, 반비례, 함수, 함수값, 일차함수, 기울기,  $x$ 절편,  $y$ 절편, 평행이동, 직선의 방정식, 이차함수, 포물선, 축, 꼭짓점,  $f(x)$ ,  $y = f(x)$

[문항 1]에는 함수  $f(x)$ 에 수열이 포함되어 있습니다. 하지만 함수에 수열의 기호가 혼재되어 있는 기호 표현은 고교 교육과정의 ‘함수’ 단원에서 사용할 수 없는 기호 표현입니다. 또한 이것은 대학과정에서 배우는 대학전공수학 <이산수학> 교과에서 다루는 ‘특성다항식’ 과 관련된 내용에 해당합니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어났을 뿐만 아니라 대학과정의 내용이 출제된 것으로 판정됩니다.

## 11. 중앙대학교

▶ 중앙대학교 논술전형 자연계열 문항카드 13번 [문제 3-2]

### ※ 제시문 / 문항

[문제 3-2]  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 는 다음을 만족한다.

(가)  $(f(x))^2 \cos^2 x - 2f(x)(1 + \sin x) \cos x + (1 + \sin x)^2 \cos^2 x = 0$

(나)  $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

이때 정적분  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \{f'(x) \cos x - f(x) \sin x\} e^{\sin x} dx$ 의 값을 구하시오. [15점]

### ※ 문항 예시답안 (풀이과정)

[문제 3-2]

조건 (가)에서 주어진 식을  $(1 + \sin x)^2$ 로 나누고 이차방정식을 풀어서 정리하면

$\frac{\cos x}{1 + \sin x} f(x) = 1 \pm \sin x$ 이고 조건 (나)를 만족시키는 연속함수는 다음과 같다.

$$\cos x f(x) = (1 + \sin x)^2 \quad (*)$$

$f'(x) \cos x - f(x) \sin x = (f(x) \cos x)'$  을 고려하고 (\*)을 쓰면

$(f(x) \cos x)' = ((1 + \sin x)^2)' = 2(1 + \sin x) \cos x$ 이므로

$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (f'(x) \cos x - f(x) \sin x) e^{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2(\sin x + 1) \cos x e^{\sin x} dx$  이고  $\sin x = t$ 로 치환적분하면

$\int_0^{\frac{1}{2}} 2(t+1) e^t dt$ 이 되고 부분적분하면  $\sqrt{e}$ 가 된다.

### ※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <미적분> 교과서의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 적분법과 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

[문제 3-2]에 주어진 조건 (가)에 있는 식은 삼각함수인  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ 가 포함되어 있는 복잡한 형태의 방정식입니다. [문제 3-2]의 예시답안에 제시되어있는 풀이 방법에서도 조건 (가)에 있는 식을 복잡한 과정을 통해 변형하고  $f(x)\cos(x)$ 의 미분을 생각해야 하므로 그 계산과정이 지나치게 복잡합니다. 또한 풀이과정의 마지막에 있는 정적분에서도 피적분함수가 삼각함수와 지수가 삼각함수인 지수함수의 곱으로 표현되어 있어서 치환적분을 이용해 적분하는 과정도 지나치게 복잡합니다. 2015 개정 교육과정의 <미적분> 교과서의 미분법과 적분법 단원의 평가 방법 및 유의사항에서는 ‘여러 가지 미분법/적분법과 도함수/정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 라고 명시하고 있습니다. 본 문항에 제시된 방정식뿐만 아니라 문제를 풀어가는 과정에도 복잡한 식의 변형, 도함수와 정적분을 하는 과정이 포함되어 있어 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어난 것으로 판정됩니다.

▶ 중앙대학교 논술전형 자연계열 문항카드 19번 [문제 3-1]

※ 제시문 / 문항

[문제 3-1] 실수  $\theta$ 에 대하여 영역  $A = \{(x,y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq (\tan\theta)x\}$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자. 정적분  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{g(\theta)}{\cos^2\theta} d\theta$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 이다.) [10점]

※ 2009 개정 교육과정 - 고등학교 <수학1> 교과와 ‘부등식의 영역’ 과 관련된 성취기준

5 부등식의 영역

- ① 부등식의 영역의 의미를 이해한다.
- ② 부등식의 영역을 활용하여 최대, 최소 문제를 해결할 수 있다.

[문제 3-1]에 제시되어 있는 영역 A는 ‘부등식의 영역’ 에 해당합니다. ‘부등식의 영역’ 은 2009 개정 교육과정에서는 고등학교 <수학1> 교과에서 다루었지만 현 교육과정인 2015 개정 교육과정에서는 다루지 않는 내용입니다. 따라서 본 문항은 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제 된 것으로 판정됩니다.

▶ 중앙대학교 논술전형 자연계열 문항카드 19번 [문제 3-2]

※ 제시문 / 문항

[문제 3-2]  $x \geq 1$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{1}{14+8\sqrt{3}} \ln x (\ln x - 1)^2$ 에 대하여, 원점이 O인 좌표평면 위의 점  $A(t, f(t))$ 가 있다. 점 A를 직선  $y=x$ 에 대하여 대칭시킨 점을 B라 할 때, 두 벡터  $\frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|}$ 와  $\frac{\vec{OB}}{|\vec{OB}|}$ 의 내적의 최댓값을 구하시오. (단,  $x \geq 1$ 에서  $f(x) \leq \sqrt{x}$ 이다.) [15점]

※ 문항 예시답안 (풀이과정)

[문제 3-2]

$\angle AOB = \theta$ 라 하자. 내적 정의를 고려하면 주어진 값은  $\cos\theta$ 임을 알 수 있다. 곡선  $y = \frac{1}{14+8\sqrt{3}} \ln x (\ln x - 1)^2$ 은  $x=1$ ,  $x=e$ (중근)에서 근을 가지고  $x \geq e$ 에서 증가하면서  $f(x) \leq \sqrt{x}$ 이다. 원점에서 곡선  $y=f(x)$ 에 그은 접선 중 기울기가 최대인 경우에  $\cos\theta$ 이 최댓값을 갖는다.  $(a, f(a))$ 에서의 접선이 원점을 지나면  $f(a) = af'(a)$ 을 만족한다. 계산하면  $\ln a (\ln a - 1)^2 = (\ln a - 1)^2 + 2 \ln a (\ln a - 1)$ 이고  $(\ln a - 1)$ 이 공통 인수이므로 나머지를 정리하면  $(\ln a)^2 - 4(\ln a) + 1 = 0$ 이고  $\ln a = 2 \pm \sqrt{3}$ 을 얻을 수 있다.

※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <미적분> 교과와 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

[문제 3-2]에 주어진 함수  $f(x)$ 는 유리함수, 무리함수, 로그함수가 혼합되어있는 복잡한 형태의 식입니다. 이 문항을 해결하기 위해서는 미분을 이용해서 함수  $f(x)$ 의 그래프 개형을 그리고 접선의 기울기를 찾아야합니다. 하지만 함수  $f(x)$ 는 상당히 복잡한 형태로 되어있어서 미분을 이용해 그래프 개형을 파악하는 과정도 상당히 복잡합니다. 고교 교육과정의 <미적분> 교과와 평가 방법 및 유의 사항에는 ‘여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서는 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 라고 명시하고 있지만 이를 준수하지 않고 출제 된 것으로 판정됩니다.

▶ 중앙대학교 논술전형 자연계열 문항카드 24번 [문제 2-2]

※ 제시문 / 문항

[문제 2-2] 자연수  $n$ 에 대하여  $I_n$ 을

$$I_n = \int_0^{n\pi} \{ |\sin x| \cos^2 x + \sin^5(2x) \cos x \} dx$$

라 정의할 때, 극한  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [15점]

※ 문항 예시답안 (풀이과정)

[문제 2-2]

우선 적분 구간을 나누어

$$I_n = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{k\pi}^{(k+1)\pi} \{ |\sin x| \cos^2 x + \sin^5(2x) \cos x \} dx$$

로 표현한다. 각 적분에 치환적분( $u = x - k\pi$ )을 한 후, 삼각함수의 성질을 이용하여

$$\begin{aligned} & \int_{k\pi}^{(k+1)\pi} \{ |\sin x| \cos^2 x + \sin^5(2x) \cos x \} dx \\ &= \int_0^{\pi} \{ |\sin(u+k\pi)| \cos^2(u+k\pi) + \sin^5(2(u+k\pi)) \cos(u+k\pi) \} du \\ &= \int_0^{\pi} \{ \sin u \cos^2 u + \sin^5(2u)(-1)^k \cos u \} du \end{aligned}$$

※ 2015 개정 교육과정 - 평가 방법 및 유의사항

■ 고등학교 <수학II> 교과와 '적분' 단원의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

■ 고등학교 <미적분> 교과와 '적분법' 단원의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 적분법과 정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

[문제 2-2]에 정의된 정적분에는 삼각함수인  $\sin(2x)$ ,  $\cos(x)$ 와 절댓값이 포함되어 있어 그 식이 지나치게 복잡합니다. 또한 문항 예시답안에 소개되어 있는 풀이과정에도 정적분을 계산하기 위해 구간을 나누어  $\Sigma$ (수열의 합기호)를 사용해서 적분 값을 구하는데 있어 그 계산과정이 지나치게 복잡합니다. 이런 문제는 정규 학교 수업만으로는 대비가 불가능한 문제일 뿐만 아니라, 고교 교육과정의 '평가 방법 및 유의 사항'에서 명시하고 있는 '정적분의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.'를 미준수한 것으로 판정됩니다.

## 12. 한국의국어대학교

### ▶ 한국의국어대학교 논술고사 자연계열 5번

#### ※ 제시문 / 문항

상수  $a, b, c$ 가 다음 조건을 모두 만족한다.

$$(가) a > 0, b > 0, c > 0$$

$$(나) \sqrt{a} = \sqrt[3]{b} = \sqrt[5]{c}$$

$$(다) \log_3 \frac{bc}{a} = 3$$

1보다 큰 두 실수  $m$ 과  $n$ 이  $\log_3 a \times \log_m b \times \log_n c = 1$ 을 만족할 때,  $\log_3 mn$ 의 최솟값과 그 때의  $\log_3 m$ 과  $\log_3 n$ 의 값을 구하시오.

#### ※ 문항 예시답안 (풀이과정)

(iv) 이제, 양수인  $\log_3 m$ 과  $\log_3 n$ 에 대해 산술평균과 기하평균 사이의 관계를 이용하면 (2)에 의해

$$\frac{\log_3 m + \log_3 n}{2} \geq \sqrt{\log_3 m \times \log_3 n} = \sqrt{\frac{15}{4}} \text{ ----- (3)}$$

를 얻는다. 따라서  $\log_3 mn = \log_3 m + \log_3 n$ 의 최솟값은  $2\sqrt{\frac{15}{4}} = \sqrt{15}$ 이다. (3점)

(v) 부등식 (3)의 등호가 성립할 조건은  $\log_3 m = \log_3 n$ 이다. 따라서  $\log_3 mn$ 이 최솟값을 가질 때  $\log_3 m$ 과  $\log_3 n$ 의 값은  $\log_3 m = \log_3 n = \frac{\sqrt{15}}{2}$ 이다. (1점)

#### ※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <수학> 교과와 ‘절대부등식’과 관련된 성취기준

[10수학03-08] 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.

[5번 문항]의 예시답안(풀이과정)에는 산술평균과 기하평균 사이의 관계를 활용하여 문제를 해결하는 과정이 포함되어 있습니다. 하지만 고교 교육과정에서 산술평균과 기하평균 사이의 관계는 고등학교 1학년 교과인 <수학> 교과와 절대부등식 단원에서 다양한 방법으로 산술기하평균의 관계를 증명하지만 이를 활용하여 문제를 해결하는 것은 고교 교육과정의 성취기준에 존재하지 않습니다. 따라서 본 문항은 고교 교육과정의 수준과 범위를 벗어나 출제된 것으로 판정됩니다.

### 13. 한양대학교

▶ 한양대학교 논술전형 자연계열 문항카드 8번 [2-2 문항]

※ 제시문 / 문항

2. 함수  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  를 이용하여  $a^b = b^a$  을 만족시키는 서로 다른 양의 정수  $a, b$  의 순서쌍  $(a, b)$  를 모두 구하시오.

※ 문항 예시답안 (풀이과정)

2.  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  를 미분하면  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$  를 얻는다. 따라서  $f'(e) = 0$ 이고,  $x < e$  에서  $f'(x) > 0$ ,  $x > e$ 에서  $f'(x) < 0$ 임을 알 수 있다. 만일  $a < b$ 인 순서쌍  $(a, b)$ 가  $a^b = b^a$ 를 만족한다면  $\frac{\ln a}{a} = \frac{\ln b}{b}$ , 즉  $f(a) = f(b)$ 가 성립한다. 여기서  $f(x)$ 가  $x < e$ 에서는 증가,  $x > e$ 에서는 감소하므로, 만일  $e < a < b$  라면  $f(a) > f(b)$ ,  $a < b < e$  라면  $f(a) < f(b)$ 가 되어  $f(a) = f(b)$ 가 불가능하다.

따라서  $a < e < b$ 여야만  $f(a) = f(b)$ 를 얻을 수 있다. 여기서 무리수  $e = 2.71\dots$ 이므로 이보다 작은 양의 정수  $a$ 는 1 또는 2여야만 하는데, 모든  $b > e$ 에 대해  $f(1) = 0 < f(b)$ 이므로  $a = 1$ 일수는 없다. 만일  $a = 2$ 라면 양의 정수  $b$  또한 2의 제곱 꼴이 되고,  $b = 4$ 가  $a^b = b^a$ 를 만족함을 알 수 있다. 역시 4보다 큰 값  $b'$ 에 대해서는  $f(2) = f(4) > f(b')$ 이므로,  $b = 4$ 가  $f(2) = f(b)$ 를 만족하는 유일한 값이다. 우리가 앞서  $a < b$ 를 가정했으나 대칭적으로  $b < a$  또한 가능하고, 따라서 모든 양의 정수 순서쌍  $(a, b)$ 는  $(2, 4), (4, 2)$ 가 된다.

※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <미적분> 교과와 '미분법' 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.

[2-2 문항]에는 주어진 함수 f(x)를 이용하여 지수함수의 조건을 만족하는 순서쌍을 찾는 문제입니다. 하지만 이 문제를 해결하는 과정에서 미분을 이용하여 함수의 개형을 그리고, 지수함수를 로그함수로 변형하고, 각각의 구간을 나누어 a, b의 값을 구하는 과정이 포함되어 있어서 그 과정이 지나치게 복잡하며 문제를 풀기 위해서는 다양한 문제풀이 기술이 요구됩니다. 따라서 본 문항은 교육과정의 평가 방법 및 유의사항에서 명시하고 있는 ‘여러 가지 미분법과 도함수의 활용에서 지나치게 복잡한 문제는 다루지 않는다.’ 를 미준수하여 출제된 것으로 판정 됩니다.

## 14. 홍익대학교

### ▶ 홍익대학교 논술전형 자연계열 문항카드 6번 [문제2-(1)]

#### ※ 제시문 / 문항

(1) 송신기 A가 0을 보낼 확률, 1을 보낼 확률을 각각  $P(0\text{보냄})$ ,  $P(1\text{보냄})$ 이라 하자. 수신기 B에서 오류가 일어날 확률은 조건부 확률을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$P(\text{오류}) = P(0\text{결정}|1\text{보냄}) \times P(1\text{보냄}) + P(1\text{결정}|0\text{보냄}) \times P(0\text{보냄})$$

#### ※ 2015 개정 교육과정 - 고등학교 <확률과 통계> 교과와 '확률'단원의 평가 방법 및 유의사항

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- 세 사건 이상에서 서로 배반이거나 서로 독립임을 가정한 복잡한 문제는 다루지 않는다.

#### ※ 대학 전공 수학 교재 <확률과 통계> - 전확률의 법칙

##### 정리 12 전확률의 법칙(total probability rule)

$n$ 개의 사건  $A_1, A_2, \dots, A_n$ 이 표본공간  $S$ 의 분할일 때, 사건  $B$ 의 확률은 0이거나 다음이 성립한다.

$$P(B) = \bigcup_{i=1}^n P(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)$$

[문제2-(1)]에서는 송신기 A가 0을 보낼 사건, 송신기 A가 1을 보낼 사건, 수신기 B가 1을 결정할 사건, 수신기 B가 0을 결정할 사건이 제시되어 있어 무려 4개의 사건에 대한 조건부확률을 구해야 합니다. 하지만 고교 교육과정의 <확률과 통계> 교과와 평가 방법 및 유의사항에서는 '세사건 이상에서 서로 배반이거나 서로 독립임을 가정한 복잡한 문제는 다루지 않는다.' 라고 명시하고 있어 이를 준수하지 않고 출제된 것으로 판정됩니다. 다수의 사건에 대한 조건부확률을 구하는 것에 대한 개념은 대학 전공 수학 <확률과 통계>에서 '전확률의 법칙' 으로 다루고 있어 대학과정의 내용을 알고 있어야 쉽게 해결가능한 문제로 판정됩니다.